



Exercice n°1 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ 5x + 3y - 21 = 0 \end{cases}$$

Exercice n°2 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 3x - 6y + 9 = 0 \\ -x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

Exercice n°3 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} y = -3x + 7 \\ y = \frac{1}{2}x - 3 \end{cases}$$

Exercice n°4 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 1,5x + y - 2,5 = 0 \\ -3x + 4y + 5 = 0 \end{cases}$$

Exercice n°5 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ x - 5y = 9 \end{cases}$$

Exercice n°6 : Un fermier possède des canards et des lapins.

- Il compte 90 pattes en tout.
- Il compte 36 têtes en tout.

On note :

- x = nombre de canards
- y = nombre de lapins

1) Écrire un système d'équations traduisant les données.

2) Calculer le nombre de canards et de lapins.



Correction

Exercice n°1 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ 5x + 3y - 21 = 0 \end{cases}$$

Étape 1 : Nombre de solutions

Le système s'écrit sous la forme $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ avec $a = 2, b = -1, a' = 5, b' = 3$.

On compare les rapports : $\frac{a}{a'} = \frac{2}{5}$ et $\frac{b}{b'} = \frac{-1}{3}$.

Comme $\frac{2}{5} \neq \frac{-1}{3}$, les droites d'équations $2x - y - 4 = 0$ et $5x + 3y - 21 = 0$ sont sécantes : le système admet une unique solution.

Étape 2 : On isole une inconnue

Dans la première équation, y a pour coefficient -1 : c'est le plus simple à isoler.

$$2x - y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 4$$

Le système devient :

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 5x + 3y - 21 = 0 \end{cases}$$

Étape 3 : On substitue

On remplace y par $2x - 4$ dans la seconde équation :

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 5x + 3(2x - 4) - 21 = 0 \end{cases}$$

Étape 4 : On résout l'équation à une inconnue

$$5x + 6x - 12 - 21 = 0 \Leftrightarrow 11x - 33 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Étape 5 : On remplace à nouveau

$$y = 2 \times 3 - 4 = 2$$

Conclusion : La solution est le couple $(3 ; 2)$.

Vérification : $2 \times 3 - 2 - 4 = 0$ et $5 \times 3 + 3 \times 2 - 21 = 15 + 6 - 21 = 0$

Exercice n°2 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 3x - 6y + 9 = 0 \\ -x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

Étape 1 : Nombre de solutions

Ici $a = 3, b = -6, c = 9$ et $a' = -1, b' = 2, c' = 1$.

$\frac{a}{a'} = \frac{3}{-1} = -3$ et $\frac{b}{b'} = \frac{-6}{2} = -3$.

Les rapports sont égaux : les droites sont parallèles. Vérifions si elles sont confondues :

$\frac{c}{c'} = \frac{9}{1} = 9 \neq -3$.

Les droites sont donc strictement parallèles : le système n'admet aucune solution.

Confirmons-le par le calcul.

Étape 2 : On isole une inconnue

Dans la seconde équation, x a pour coefficient -1 :

$$-x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2y + 1$$

$$\begin{cases} 3x - 6y + 9 = 0 \\ x = 2y + 1 \end{cases}$$

Étape 3 : On substitue

$$3(2y + 1) - 6y + 9 = 0$$

Étape 4 : On résout

$$6y + 3 - 6y + 9 = 0 \Leftrightarrow 12 = 0$$

Cette égalité est fausse, quelle que soit la valeur de y .

Conclusion : Le système n'admet aucune solution : $S = \emptyset$. Les deux droites sont strictement parallèles.

Exercice n°3 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} y = -3x + 7 \\ y = \frac{1}{2}x - 3 \end{cases}$$

Étape 1 : Nombre de solutions

Les deux équations sont sous la forme réduite $y = mx + p$.

Coefficients directeurs : $m = -3$ et $m' = \frac{1}{2}$.

Comme $-3 \neq \frac{1}{2}$, les droites sont sécantes : le système admet une unique solution.

Étape 2 : On repère l'inconnue isolée

y est déjà isolé dans les deux équations. On garde $y = -3x + 7$.

Étape 3 : On substitue

On remplace y par $-3x + 7$ dans la seconde équation :

$$\begin{cases} y = -3x + 7 \\ -3x + 7 = \frac{1}{2}x - 3 \end{cases}$$

Étape 4 : On résout l'équation à une inconnue

$$-3x + 7 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$-3x - \frac{1}{2}x = -3 - 7$$

$$-\frac{6}{2}x - \frac{1}{2}x = -10$$

$$-\frac{7}{2}x = -10$$

$$x = -10 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{20}{7}$$

Étape 5 : On remplace à nouveau

$$y = -3 \times \frac{20}{7} + 7 = -\frac{60}{7} + \frac{49}{7} = -\frac{11}{7}$$

Conclusion : La solution est le couple $\left(\frac{20}{7}; -\frac{11}{7}\right)$.

Vérification : $-3 \times \frac{20}{7} + 7 = -\frac{60}{7} + \frac{49}{7} = -\frac{11}{7}$ et $\frac{1}{2} \times \frac{20}{7} - 3 = \frac{10}{7} - \frac{21}{7} = -\frac{11}{7}$

Exercice n°4 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 1,5x + y - 2,5 = 0 \\ -3x + 4y + 5 = 0 \end{cases}$$

Étape 1 : Nombre de solutions

$a = 1,5, b = 1, a' = -3, b' = 4.$

$$\frac{1,5}{-3} = -0,5 \text{ et } \frac{1}{4} = 0,25.$$

Comme $-0,5 \neq 0,25$, les droites sont sécantes : le système admet une unique solution.

Étape 2 : On isole une inconnue

Dans la première équation, y a pour coefficient 1:

$$\begin{aligned} 1,5x + y - 2,5 = 0 &\Leftrightarrow y = -1,5x + 2,5 \\ \begin{cases} y = -1,5x + 2,5 \\ -3x + 4y + 5 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Étape 3 : On substitue

$$-3x + 4(-1,5x + 2,5) + 5 = 0$$

Étape 4 : On résout

$$\begin{aligned} -3x - 6x + 10 + 5 &= 0 \\ -9x + 15 &= 0 \\ x &= \frac{15}{9} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Étape 5 : On remplace à nouveau

$$y = -1,5 \times \frac{5}{3} + 2,5 = -\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$$

Conclusion : La solution est le couple $\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

$$\text{Vérification : } 1,5 \times \frac{5}{3} + 0 - 2,5 = 2,5 - 2,5 = 0 \text{ et } -3 \times \frac{5}{3} + 0 + 5 = -5 + 5 = 0$$

Exercice n°5 : Résoudre le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ x - 5y = 9 \end{cases}$$

Étape 1 : Nombre de solutions

On écrit les équations sous la forme $ax + by + c = 0$:

$$\begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ x - 5y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{4}{1} = 4 \text{ et } \frac{b}{b'} = \frac{3}{-5} = -0,6.$$

Comme $4 \neq -0,6$, les droites sont sécantes : le système admet une unique solution.

Étape 2 : On isole une inconnue

Dans la seconde équation, x a pour coefficient 1:

$$\begin{aligned} x - 5y = 9 &\Leftrightarrow x = 5y + 9 \\ \begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ x = 5y + 9 \end{cases} \end{aligned}$$

Étape 3 : On substitue

$$4(5y + 9) + 3y = 1$$

Étape 4 : On résout

$$\begin{aligned}20y + 36 + 3y &= 1 \\23y &= 1 - 36 \\23y &= -35 \\y &= -\frac{35}{23}\end{aligned}$$

Étape 5 : On remplace à nouveau

$$x = 5 \times \left(-\frac{35}{23}\right) + 9 = -\frac{175}{23} + \frac{207}{23} = \frac{32}{23}$$

Conclusion : La solution est le couple $\left(\frac{32}{23}; -\frac{35}{23}\right)$.

Vérification : $4 \times \frac{32}{23} + 3 \times \left(-\frac{35}{23}\right) = \frac{128-105}{23} = \frac{23}{23} = 1$ et $\frac{32}{23} - 5 \times \left(-\frac{35}{23}\right) = \frac{32+175}{23} = \frac{207}{23} = 9$.

Exercice n°6 : Un fermier possède des canards et des lapins.

- Il compte 90 pattes en tout.
- Il compte 36 têtes en tout.

On note :

- x = nombre de canards
- y = nombre de lapins

1) Écrire un système d'équations traduisant les données.

Mise en équations

- Chaque canard a 2 pattes, chaque lapin a 4 pattes, et le total des pattes est 90 :
$$2x + 4y = 90$$
- Chaque canard et chaque lapin ont 1 tête, et le total des têtes est 36 :
$$x + y = 36$$

Donc le système est :
$$\begin{cases} 2x + 4y = 90 \\ x + y = 36 \end{cases}$$

2) Calculer le nombre de canards et de lapins.

Par substitution :

Étape 1 : Isoler x à partir de (2).

$$\begin{cases} 2x + 4y = 90 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

Étape 2 : Substituer x par $36 - y$ dans la première équation.

$$\begin{cases} 2(36 - y) + 4y = 90 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

Étape 3 : Développer et résoudre pour trouver y .

$$\begin{cases} 72 - 2y + 4y = 90 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 72 + 2y = 90 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 90 - 72 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 18 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 \\ x = 36 - y \end{cases}$$

Étape 4 : Calculer x.

$$\begin{cases} y = 9 \\ x = 36 - 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 27 \\ y = 9 \end{cases}$$

Vérification : $27 + 9 = 36$ et $2 \times 27 + 4 \times 9 = 54 + 36 = 90$.

Il y a donc bien : 27 canards et 9 lapins.