



Exercice n°1 : Résoudre le système suivant par combinaison.

$$\begin{cases} 3x + 2y - 7 = 0 \\ 5x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

Exercice n°2 : Résoudre les systèmes suivants par combinaison.

a) $\begin{cases} 2x + 5y - 4 = 0 \\ 3x - 2y + 13 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -4x + 3y + 2 = 0 \\ 5x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$

Exercice n°3 : Résoudre les systèmes suivants par combinaison.

a) $\begin{cases} x + 4y - 9 = 0 \\ 3x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 4y = 2 \\ -3x + 2y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ 4x + 6y - 1 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -7x + 5y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

Exercice n°4 : Résoudre le système par combinaison.

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3 = 0 \\ -3x + 4y - 13 = 0 \end{cases}$$

Exercice n°5 : Résoudre le système par combinaison.

$$\begin{cases} 7x + 3y - 1 = 0 \\ 2x - 5y + 12 = 0 \end{cases}$$

Exercice n°6 : Dans un restaurant, un client commande 2 pizzas et 1 jus de fruit et paye 17 euros.

À la table voisine, des amis commandent 4 pizzas et 5 jus de fruit et payent 49 euros.

Toutes les pizzas sont au même prix.

Tous les jus de fruit sont au même prix.

On appelle :

- x = prix d'une pizza (en euros)
- y = prix d'un jus de fruit (en euros)

1) Écrire un système d'équations traduisant les données.

2) Calculer le prix d'une pizza et celui d'un jus de fruit.



Correction

Exercice n°1 : Résoudre le système suivant par combinaison.

$$\begin{cases} 3x + 2y - 7 = 0 \\ 5x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

Étape 1 : Mettre le système sous forme standard $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \text{ (} L_1 \text{)} \\ 5x - 3y = -1 \text{ (} L_2 \text{)} \end{cases}$

Étape 2 : Éliminer y :

Les coefficients de y sont 2 et -3 . On multiplie L_1 par 3 et L_2 par 2 afin d'obtenir les coefficients 6 et -6 :

$$\begin{cases} 9x + 6y = 21 \text{ (} 3L_1 \text{)} \\ 10x - 6y = -2 \text{ (} 2L_2 \text{)} \end{cases}$$

On additionne les deux lignes :

$$9x + 10x + 6y - 6y = 21 - 2$$

$$19x = 19$$

$$x = 1$$

Étape 3 : Calculer y

On remplace $x = 1$ dans L_1 : $3 \times 1 + 2y = 7 \Leftrightarrow 2y = 4 \Leftrightarrow y = 2$

Étape 4 : Vérification

$$L_1: 3 \times 1 + 2 \times 2 - 7 = 3 + 4 - 7 = 0$$

$$L_2: 5 \times 1 - 3 \times 2 + 1 = 5 - 6 + 1 = 0$$

Conclusion : le système admet pour unique solution le couple $(1 ; 2)$.

Exercice n°2 : Résoudre les systèmes suivants par combinaison.

a) $\begin{cases} 2x + 5y - 4 = 0 \\ 3x - 2y + 13 = 0 \end{cases}$

Forme standard : $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \text{ (} L_1 \text{)} \\ 3x - 2y = -13 \text{ (} L_2 \text{)} \end{cases}$

Élimination de x : on multiplie L_1 par 3 et L_2 par 2 : $\begin{cases} 6x + 15y = 12 \\ 6x - 4y = -26 \end{cases}$

On soustrait la seconde ligne de la première :

$$15y - (-4y) = 12 - (-26)$$

$$19y = 38$$

$$y = 2$$

Calcul de x : dans L_1 : $2x + 5 \times 2 = 4$, donc $2x = -6$ et $x = -3$.

Vérification : L_2 : $3 \times (-3) - 2 \times 2 + 13 = -9 - 4 + 13 = 0$

Solution : $(-3 ; 2)$.

b) $\begin{cases} -4x + 3y + 2 = 0 \\ 5x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$

Forme standard : $\begin{cases} -4x + 3y = -2 & (L_1) \\ 5x + 2y = 10 & (L_2) \end{cases}$

Élimination de y : on multiplie L_1 par 2 et L_2 par 3 : $\begin{cases} -8x + 6y = -4 \\ 15x + 6y = 30 \end{cases}$

On soustrait la première ligne de la seconde :

$$15x - (-8x) = 30 - (-4)$$

$$23x = 34$$

$$x = \frac{34}{23}$$

Calcul de y : dans L_2 : $5 \times \frac{34}{23} + 2y = 10$, soit $\frac{170}{23} + 2y = \frac{230}{23}$.

Donc $2y = \frac{60}{23}$ et $y = \frac{30}{23}$.

Vérification : L_1 : $-4 \times \frac{34}{23} + 3 \times \frac{30}{23} = \frac{-136+90}{23} = \frac{-46}{23} = -2$

Solution : $\left(\frac{34}{23}; \frac{30}{23}\right)$.

Exercice n°3 : Résoudre les systèmes suivants par combinaison.

a) $\begin{cases} x + 4y - 9 = 0 \\ 3x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$

Forme standard : $\begin{cases} x + 4y = 9 & (L_1) \\ 3x - 2y = -1 & (L_2) \end{cases}$

Élimination de y : on multiplie L_2 par 2 : $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 6x - 4y = -2 \end{cases}$

On additionne : $7x = 7$, donc $x = 1$.

Dans L_1 : $1 + 4y = 9$, donc $4y = 8$ et $y = 2$.

Vérification : L_2 : $3 \times 1 - 2 \times 2 + 1 = 3 - 4 + 1 = 0$

Solution : $(1 ; 2)$.

b) $\begin{cases} 6x - 4y = 2 \\ -3x + 2y = -1 \end{cases}$

Forme standard : $\begin{cases} 6x - 4y = 2 & (L_1) \\ -3x + 2y = -1 & (L_2) \end{cases}$

Élimination de x : on multiplie L_2 par 2 : $\begin{cases} 6x - 4y = 2 \\ -6x + 4y = -2 \end{cases}$

On additionne : $0 = 0$.

Cette égalité est toujours vraie : les deux équations sont **proportionnelles** (en effet, $L_1 = -2 \times L_2$).

Les deux droites sont **confondues**.

Le système admet donc une **infinité de solutions** : tous les couples $(x ; y)$ vérifiant $6x - 4y = 2$,

c'est-à-dire $y = \frac{6x-2}{4} = \frac{3x-1}{2}$.

Solutions : tous les couples $\left(x ; \frac{3x-1}{2}\right)$ avec $x \in \mathbb{R}$.

$$c) \begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ 4x + 6y - 1 = 0 \end{cases}$$

Forme standard : $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \text{ (} L_1 \text{)} \\ 4x + 6y = 1 \text{ (} L_2 \text{)} \end{cases}$

Élimination de x : on multiplie L_1 par 2 : $\begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 4x + 6y = 1 \end{cases}$

On soustrait : $0 = 9$, ce qui est **impossible**.

Les deux droites ont le même coefficient directeur mais ne sont pas confondues : elles sont **strictement parallèles**.

Conclusion : le système n'admet **aucune solution**.

$$d) \begin{cases} -7x + 5y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

Forme standard : $\begin{cases} -7x + 5y = 3 \text{ (} L_1 \text{)} \\ 2x - 3y = 4 \text{ (} L_2 \text{)} \end{cases}$

Élimination de x : on multiplie L_1 par 2 et L_2 par 7 : $\begin{cases} -14x + 10y = 6 \\ 14x - 21y = 28 \end{cases}$

On additionne : $-11y = 34$, donc $y = -\frac{34}{11}$.

Dans L_2 : $2x - 3 \times \left(-\frac{34}{11}\right) = 4$, soit $2x + \frac{102}{11} = \frac{44}{11}$.

Donc $2x = -\frac{58}{11}$ et $x = -\frac{29}{11}$.

Vérification : L_1 : $-7 \times \left(-\frac{29}{11}\right) + 5 \times \left(-\frac{34}{11}\right) = \frac{203-170}{11} = \frac{33}{11} = 3$

Solution : $\left(-\frac{29}{11}; -\frac{34}{11}\right)$.

Exercice n°4 : Résoudre le système par combinaison.

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3 = 0 \\ -3x + 4y - 13 = 0 \end{cases}$$

Étape 1 : Forme standard $\begin{cases} 5x - 2y = -3 \text{ (} L_1 \text{)} \\ -3x + 4y = 13 \text{ (} L_2 \text{)} \end{cases}$

Étape 2 : Éliminer y

Il suffit de multiplier L_1 par 2 : $\begin{cases} 10x - 4y = -6 \\ -3x + 4y = 13 \end{cases}$

On additionne les deux lignes : $7x = 7 \Leftrightarrow x = 1$

Étape 3 : Calculer y

Dans L_1 : $5 \times 1 - 2y = -3$, soit $-2y = -8$, donc $y = 4$.

Étape 4 : Vérification

↪ L_1 : $5 \times 1 - 2 \times 4 + 3 = 5 - 8 + 3 = 0$

↪ L_2 : $-3 \times 1 + 4 \times 4 - 13 = -3 + 16 - 13 = 0$

Conclusion : l'unique solution est le couple $(1 ; 4)$.

Exercice n°5 : Résoudre le système par combinaison.

$$\begin{cases} 7x + 3y - 1 = 0 \\ 2x - 5y + 12 = 0 \end{cases}$$

Étape 1 : Forme standard $\begin{cases} 7x + 3y = 1 \text{ (} L_1 \text{)} \\ 2x - 5y = -12 \text{ (} L_2 \text{)} \end{cases}$

Étape 2 : Éliminer x

On multiplie L_1 par 2 et L_2 par 7 : $\begin{cases} 14x + 6y = 2 \\ 14x - 35y = -84 \end{cases}$

On soustrait la seconde ligne de la première :

$$6y - (-35y) = 2 - (-84)$$

$$41y = 86$$

$$y = \frac{86}{41}$$

Étape 3 : Calculer x

Dans L_1 : $7x + 3 \times \frac{86}{41} = 1$, soit $7x + \frac{258}{41} = \frac{41}{41}$.

Donc $7x = -\frac{217}{41}$, d'où $x = -\frac{217}{287} = -\frac{31}{41}$.

Étape 4 : Vérification

$$\hookrightarrow L_1: 7 \times \left(-\frac{31}{41}\right) + 3 \times \frac{86}{41} = \frac{-217+258}{41} = \frac{41}{41} = 1$$

$$\hookrightarrow L_2: 2 \times \left(-\frac{31}{41}\right) - 5 \times \frac{86}{41} = \frac{-62-430}{41} = \frac{-492}{41} = -12$$

Conclusion : l'unique solution est le couple $\left(-\frac{31}{41}; \frac{86}{41}\right)$.

Exercice n°6 : Dans un restaurant, un client commande 2 pizzas et 1 jus de fruit et paye 17 euros.

À la table voisine, des amis commandent 4 pizzas et 5 jus de fruit et payent 49 euros.

Toutes les pizzas sont au même prix.

Tous les jus de fruit sont au même prix.

On appelle :

- x = prix d'une pizza (en euros)
- y = prix d'un jus de fruit (en euros)

1) Écrire un système d'équations traduisant les données.

Mise en équations :

- Première situation : $2x + y = 17$
- Deuxième situation : $4x + 5y = 49$

Donc le système est : $\begin{cases} 2x + y = 17 \\ 4x + 5y = 49 \end{cases}$

2) Calculer le prix d'une pizza et celui d'un jus de fruit.

Par combinaison linéaire :

Étape 1 : Multiplier (1) par 5.

$$\begin{cases} 10x + 5y = 85 \\ 4x + 5y = 49 \end{cases}$$

Étape 2 : Soustraire (nouvelle 1) et (2) pour éliminer y .

$$\begin{cases} 10x + 5y = 85 \\ 4x + 5y = 49 \end{cases}$$

$$6x = 36$$

Étape 3 : Résoudre pour trouver x .

$$x = \frac{36}{6} = 6$$

Étape 4 : Calculer y à partir de (1) :

$$2 \times 6 + y = 17$$

$$12 + y = 17$$

$$y = 5$$

$$\{x = 6$$

$$y = 5$$

Une pizza coûte 6 € et un jus de fruit coûte 5 €.