



Montrer qu'un quadrilatère est ou non un parallélogramme

Exercice n°1 :

1) ROSE est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en T.

On sait que : $TR = TE$ et $TO = TS$

Quelle est la nature du quadrilatère ROSE ?

2) CHAT est un quadrilatère.

On sait que : $CH = AT$ et $HA = CT$

Quelle est la nature du quadrilatère CHAT ?

Exercice n°2 : PAIN est un quadrilatère tel que les droites (PA) et (IN) sont parallèles.

PAIN est-il nécessairement un parallélogramme ? Justifier et tracer une figure qui illustre la réponse.

Exercice n°3 : MATH est un quadrilatère tel que : $MA = TH = 4$ cm et $AT = HM = 7$ cm.

1) Construire une figure possible.

2) Déterminer la nature du quadrilatère MATH.

Exercice n°4 :

1) Tracer un triangle LIO.

2) Placer M et P, les symétriques respectifs de L et O par rapport à I.

3) Démontrer que MOLP est un parallélogramme.

Exercice n°5 : ABCD est un parallélogramme avec, $\widehat{ABC} = 65^\circ$, $AB = 6,4$ cm, $BC = 4,8$ cm.

E est le point de [AB] tel que : $AE = 2,7$ cm

F est le point de [CD] tel que : $CF = 2,7$ cm

1) Construire la figure.

2) Démontrer que AEFD est un parallélogramme.

Exercice n°6 : Dans chaque cas, faire une figure à main levée et démontrer, si possible, que le quadrilatère représenté est un parallélogramme.

1) MILO est un quadrilatère de centre A tel que : $MA = AO$ et $IA = AL$

2) ROSE est un quadrilatère non croisé tel que : $RO = SE$ et $(RO) \parallel (SE)$

3) CHAT est un quadrilatère non croisé tel que : $CH = AT$ et $HA = CT$

Exercice n°7 : FLEU est un quadrilatère tel que $FL = EU = 5,2$ cm et $(FL) \parallel (EU)$

1) Effectuer un croquis codé du quadrilatère FLEU.

2) FLEU est-il nécessairement un parallélogramme ? Justifier.

Exercice n°8 : RAVI est un quadrilatère dont les diagonales [RV] et [AI] se coupent en M.

On sait que : $RM = 3,6$ cm, $MV = 3,6$ cm et $AM = 4,1$ cm, $MI = 4,1$ cm.

1) Faire une figure à main levée codée.

2) Démontrer que RAVI est un parallélogramme.

3) Quelle est la longueur de la diagonale [AI] ?



Correction

Exercice n°1 :

1) ROSE est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en T.

On sait que : $TR = TE$ et $TO = TS$

Quelle est la nature du quadrilatère ROSE ?

Dans le quadrilatère ROSE, les diagonales sont $[RE]$ et $[OS]$.

Elles se coupent en T.

On sait que : $TR = TE$ donc : T est le milieu de $[RE]$.

On sait aussi que : $TO = TS$ donc : T est le milieu de $[OS]$.

Les diagonales du quadrilatère ROSE se coupent donc en leur milieu.

Or : si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Donc : ROSE est un parallélogramme.

2) CHAT est un quadrilatère.

On sait que : $CH = AT$ et $HA = CT$

Quelle est la nature du quadrilatère CHAT ?

On sait que : $CH = AT$ et $HA = CT$

Les côtés opposés du quadrilatère CHAT sont donc de même longueur.

Or : si un quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : CHAT est un parallélogramme.

Exercice n°2 : PAIN est un quadrilatère tel que les droites (PA) et (IN) sont parallèles.

PAIN est-il nécessairement un parallélogramme ? Justifier et tracer une figure qui illustre la réponse.

On sait seulement que : $(PA) // (IN)$

Cela signifie qu'un seul couple de côtés opposés est parallèle.

Pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme, il faut par exemple que ses deux couples de côtés opposés soient parallèles.

Ici, on ne sait pas si : $(AI) // (PN)$

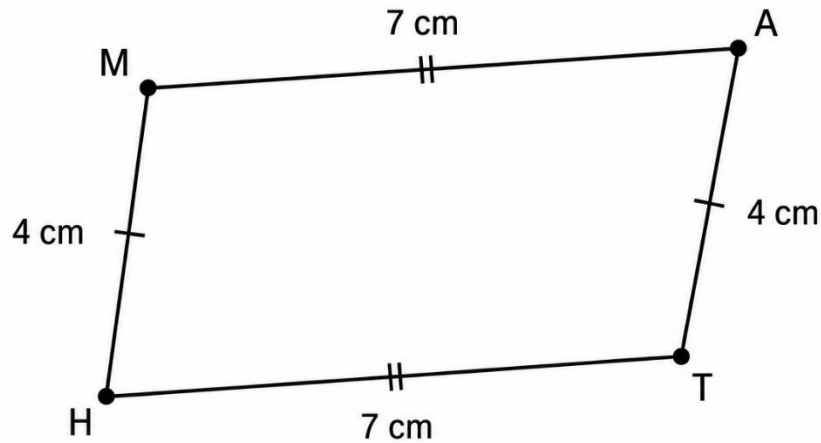
Donc : PAIN n'est pas nécessairement un parallélogramme.

On peut tracer un trapèze : il possède une seule paire de côtés opposés parallèles, mais ce n'est pas forcément un parallélogramme.

Donc : on ne peut pas affirmer que PAIN est un parallélogramme.

Exercice n°3 : MATH est un quadrilatère tel que : $MA = TH = 4 \text{ cm}$ et $AT = HM = 7 \text{ cm}$.

1) Construire une figure possible.



2) Déterminer la nature du quadrilatère MATH.

On sait que : $MA = TH$ et $AT = HM$

Les côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

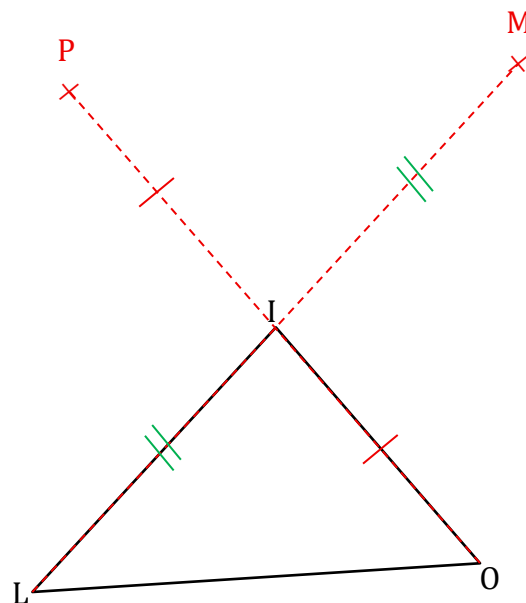
Or : si un quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : MATH est un parallélogramme.

Exercice n°4 :

1) Tracer un triangle LIO.

2) Placer M et P, les symétriques respectifs de L et O par rapport à I.



3) Démontrer que MOLP est un parallélogramme.

Dans le quadrilatère MOLP, les diagonales sont [ML] et [OP].

On sait que :

↪ I est le milieu de [ML] ,

↪ I est le milieu de [OP] .

Donc les diagonales du quadrilatère MOLP se coupent en leur milieu.

Or : si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

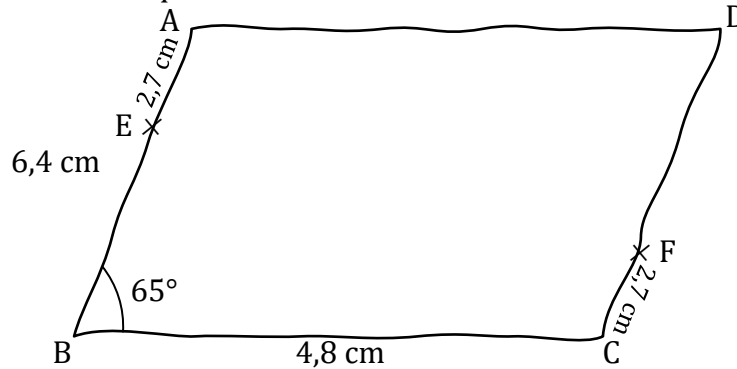
Donc : MOLP est un parallélogramme.

Exercice n°5 : ABCD est un parallélogramme avec, $\widehat{ABC} = 65^\circ$, $AB = 6,4 \text{ cm}$, $BC = 4,8 \text{ cm}$.

E est le point de [AB] tel que : $AE = 2,7 \text{ cm}$

F est le point de [CD] tel que : $CF = 2,7 \text{ cm}$

1) Effectuer un croquis codé du quadrilatère ABCD.



2) Démontrer que AEF is a parallelogram.

Comme ABCD est un parallélogramme, ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Alors : $(AB) \parallel (CD)$

Comme E appartient à [AB] et F appartient à [CD], alors : $(AE) \parallel (DF)$

De plus, dans un parallélogramme : $AB = CD$

On sait que : $AE = CF = 2,7 \text{ cm}$

Donc : $EB = AB - AE$ et $FD = CD - CF$

Comme $AB = CD$ et $AE = CF$, alors : $EB = FD$

On peut aussi en déduire que : $(AD) \parallel (EF)$

Ainsi, le quadrilatère AEF possède deux paires de côtés opposés parallèles.

Donc : AEF est un parallélogramme.

Exercice n°6 : Dans chaque cas, faire une figure à main levée et démontrer, si possible, que le quadrilatère représenté est un parallélogramme.

1) MILO est un quadrilatère de centre A tel que : $MA = AO$ et $IA = AL$

Dans le quadrilatère MILO, les diagonales sont [MO] et [IL].

Elles se coupent en A.

On sait que : $MA = AO$, **donc** A est le milieu de [MO].

On sait aussi que : $IA = AL$, **donc** A est le milieu de [IL].

Les diagonales du quadrilatère MILO se coupent donc en leur milieu.

Or : si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Donc : MILO est un parallélogramme.

2) ROSE est un quadrilatère non croisé tel que : $RO = SE$ et $(RO) \parallel (SE)$

On sait que : $RO = SE$ et $(RO) \parallel (SE)$

Les côtés $[RO]$ et $[SE]$ sont deux côtés opposés du quadrilatère.

Ils sont à la fois parallèles et de même longueur.

Or : si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : ROSE est un parallélogramme.

3) CHAT est un quadrilatère non croisé tel que : $CH = AT$ et $HA = CT$

On sait que : $CH = AT$ et $HA = CT$.

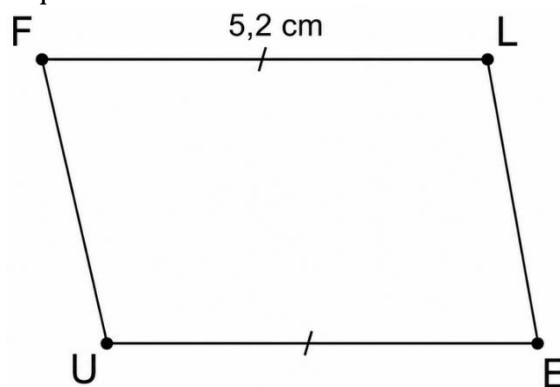
Les côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

Or : si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : CHAT est un parallélogramme.

Exercice n°7 : FLEU est un quadrilatère tel que $FL = EU = 5,2 \text{ cm}$ et $(FL) \parallel (EU)$

1) Effectuer un croquis codé du quadrilatère FLEU.



2) FLEU est-il nécessairement un parallélogramme ? Justifier.

On sait que : les côtés opposés $[FL]$ et $[EU]$ sont parallèles et de même longueur.

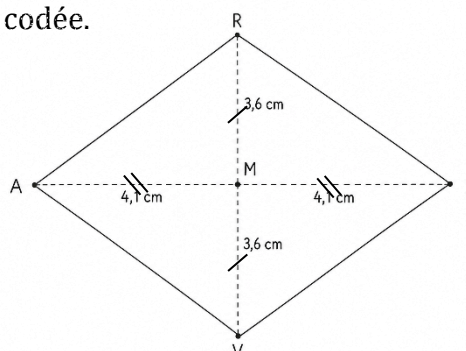
Or : si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : FLEU est nécessairement un parallélogramme.

Exercice n°8 : RAVI est un quadrilatère dont les diagonales $[RV]$ et $[AI]$ se coupent en M.

On sait que : $RM = 3,6 \text{ cm}$, $MV = 3,6 \text{ cm}$ et $AM = 4,1 \text{ cm}$, $MI = 4,1 \text{ cm}$.

1) Faire une figure à main levée codée.



2) Démontrer que RAVI est un parallélogramme.

On sait que : $RM = MV$ donc : M est le milieu de $[RV]$.

On sait aussi que : $AM = MI$ donc : M est le milieu de $[AI]$.

Les diagonales du quadrilatère RAVI se coupent donc en leur milieu.

Or : si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Donc : RAVI est un parallélogramme.

3) Quelle est la longueur de la diagonale $[AI]$?

On sait que : $AM = 4,1$ cm et $MI = 4,1$ cm.

Donc : $AI = AM + MI$

$$AI = 4,1 + 4,1$$

$$AI = 8,2 \text{ cm}$$

Donc : la diagonale $[AI]$ mesure 8,2 cm.