

Proportionnalité

I] Grandeurs proportionnelles :

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les **valeurs d'une grandeur** s'obtiennent en **multipliant par un même nombre** non nul les **valeurs de l'autre grandeur**.

Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples de grandeurs proportionnelles :

- ☞ **Recette de cuisine** : si on double le nombre de gâteaux, on double les quantités.
- ☞ **Prix et quantité** : 3 kg de pommes coûtent 6 €, alors 1 kg coûte 2 €, etc.
- ☞ **Temps de travail et salaire** : 1 h de travail = 12 €, alors 5 h de travail = 60 €.

Exemple de grandeurs non proportionnelles :

- ☞ **Âge et taille** : si l'âge double, la taille ne double pas forcément.
- ☞ **Distance de freinage et vitesse** : en général, quand la vitesse double, la distance de freinage augmente beaucoup plus (ce n'est pas une simple multiplication par 2).

II] Tableau de proportionnalité et coefficient de proportionnalité :

Remarques : Deux grandeurs proportionnelles peuvent être représentées dans un tableau. On dit alors que ce tableau est un **tableau de proportionnalité**.

Méthodologie : Comment savoir si une situation est proportionnelle ou non ?

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on **passé toujours de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème}** en **multipliant par le même nombre**, le **coefficient de proportionnalité**.

$$2^{\text{ème}} \text{ ligne} = \text{coefficient de proportionnalité} \times 1^{\text{ère}} \text{ ligne}$$

$$\text{Donc : Coefficient de proportionnalité} = 2^{\text{ème}} \text{ ligne} \div 1^{\text{ère}} \text{ ligne}$$

Exemples : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

Nombre de t-shirts	1	4
Prix (€)	15	60

Nombre de pizzas	1	10
Prix (€)	6	50

Etape n°1 : Diviser les valeurs de la 2^{ème} ligne par celles de la 1^{ère} ligne.

$$\frac{15}{1} = 15 \text{ et } \frac{60}{4} = 15$$

$$\frac{6}{1} = 6 \text{ et } \frac{50}{10} = 5$$

Etape n°2 : Conclure

Tous les quotients sont égaux, **il s'agit bien d'une situation de proportionnalité**.

Le quotient obtenu, ici 15, est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Les quotients ne sont pas tous égaux, **il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité**.

En effet $6 \neq 5$.

III] Quatrième proportionnelle :

Définition : Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, si on connaît trois valeurs la **valeur manquante est appelée quatrième proportionnelle**.

Il existe plusieurs manières de déterminer cette quatrième proportionnelle :

Méthode par coefficient de proportionnalité :

Masse en (kg)	6	15
Prix en (€)	30	75

$$\text{Coefficient de proportionnalité} = 30 \div 6 = 5$$

Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut **utiliser le coefficient de proportionnalité**.

Méthode par multiplication et division d'une colonne :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut **multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre**.

Nombre de repas	3	+	2	=	5
Prix en (€)	12,90	+	8,60	=	21,50

Méthode par addition ou soustraction de colonnes :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut **ajouter ou soustraire les nombres de deux autres colonnes**.

Temps (h)	3		12
distance (km)	120		480

$\times 4$
 $\times 4$

Méthode par retour à l'unité :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, il est parfois plus judicieux de **revenir à l'unité**.

Nombre de gâteaux	5	1	3
Farine (g)	1 000	200	600

$\div 5$ $\times 3$
 $\div 5$ $\times 3$

IV] Comment résoudre un exercice de proportionnalité ?

Exemple : A la boulangerie, Grégoire a acheté 4 tartellettes aux pommes pour 8,40€. Sa sœur Louise en a acheté 5. Quel prix Louise a-t-elle payé ?

Méthodologie :

Etape n°1 : Tracer un tableau de 2 lignes et 3 colonnes (minimum).

Etape n°3 : Placer les valeurs dans le tableau

Etape n°2 : Placer les deux grandeurs

Nombre de tartellettes aux pommes	4	1	5
Prix (en €)	8,40	2,10	?

10,50

Etape n°4 : Trouver la valeur recherchée

Résolution : Pour trouver le prix des 5 tartellettes aux pommes, on commence par calculer le prix d'une tartellette.

Prix d'une tartellette = $8,40 \div 4 = 2,10\text{€}$

Une tartellette coûte 2,10€.

Et on en déduit le prix de 5 tartellettes.

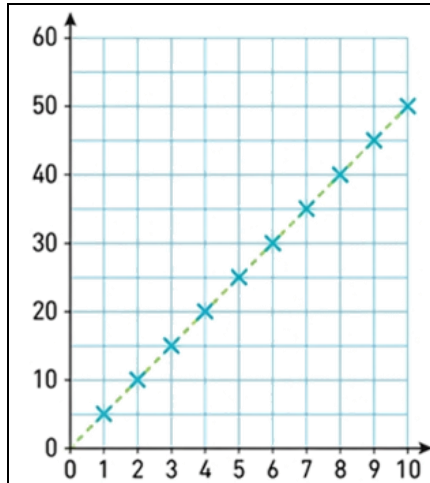
Prix de 5 tartellettes = $2,10 \times 5 = 10,50\text{ €}$

Finalement 5 tartellettes coûtent 10,50€.

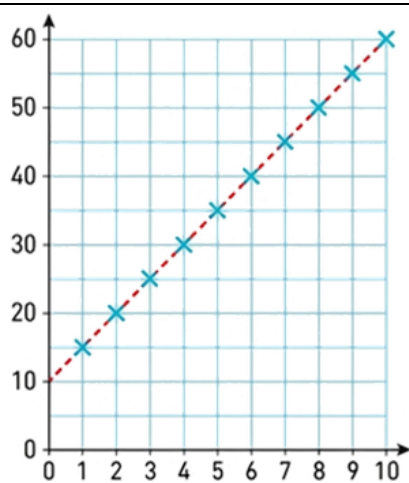
V] Représentation graphique d'une situation de proportionnalité :

Propriété 1 : Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des **points alignés avec l'origine du repère.**

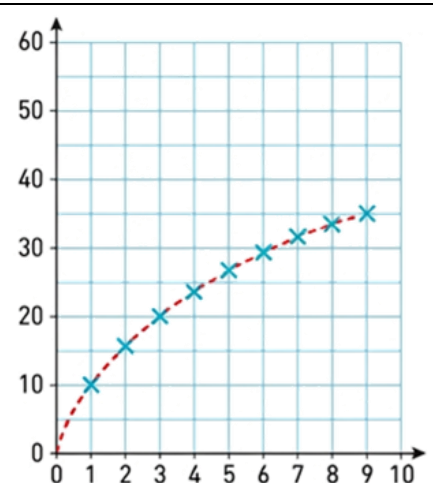
Propriété 2 : Si une situation est représentée graphiquement par des **points alignés avec l'origine du repère** alors c'est une **situation de proportionnalité.**



Les points **sont alignés avec l'origine du repère**, ce graphique **représente** une situation de proportionnalité.



Les points **ne sont pas alignés avec l'origine du repère**, ce graphique **ne représente pas** une situation de proportionnalité.



Les points **ne sont pas alignés**, ce graphique **ne représente pas** une situation de proportionnalité.