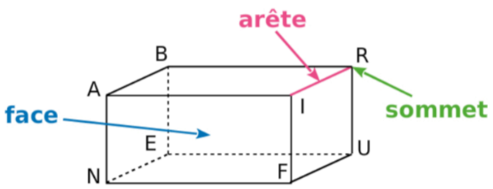
Espace et volume

I] Généralités sur les solides :

Règle : La **perspective cavalière** est une technique de dessin qui permet de représenter un **solide** sur une **surface plane.**
En perspective cavalière :
- les **figures situées face à l'observateur** sont **représentées en vraie grandeur, sans déformation** ;
- les **droites parallèles dans la réalité** sont **représentées par des droites parallèles sur le dessin** ;
- les **arêtes cachées** sont **tracées en pointillés**.

Vocabulaire : Dans un solide, on distingue :
- une **arête** : segment commun à deux faces ;
- un **sommet** : point de rencontre de plusieurs arêtes ;
- une **face** : surface plane qui délimite le solide.

Exemple : Le parallélépipède rectangle représenté ci-contre est dessiné en perspective cavalière.
- Le point R est un **sommet.**
- Le segment [RI] est une **arête.**
- Le rectangle NAIF est une **face.**

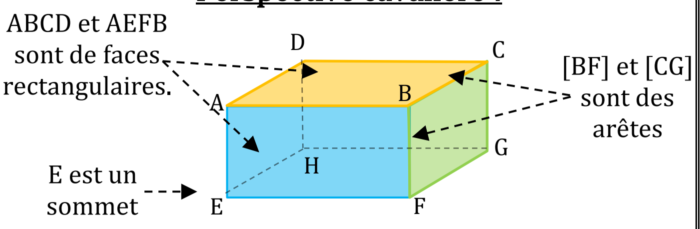


Définition : Un **patron de solide** est une figure plane qui, **après pliage**, permet de construire le solide.

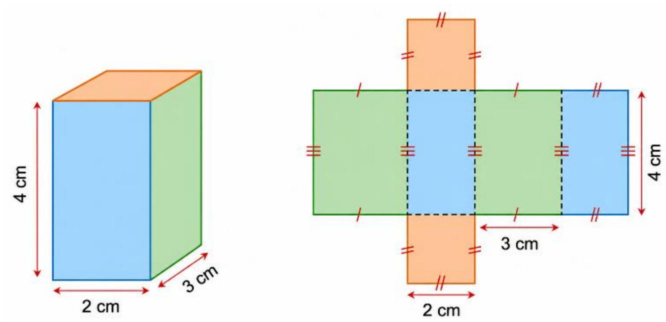
II] Pavé droit :

Définition : Un **parallélépipède rectangle**, appelé aussi **pavé droit**, est un solide qui a 6 faces rectangulaires, 8 sommets et 12 arêtes.

Perspective cavalière :



ABFEDCGH est un pavé droit

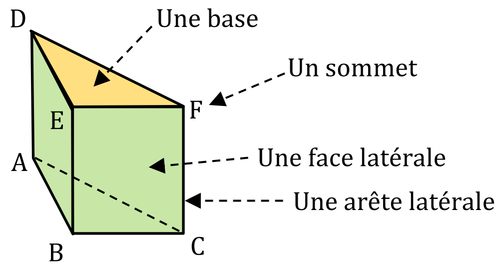


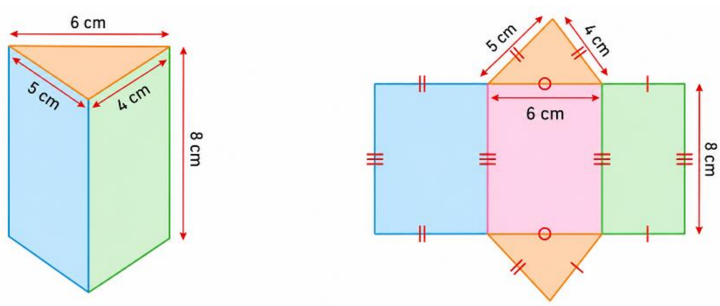
Un patron

III] Prisme droit :

Définition : Un **prisme droit** est un solide qui a :
- **deux bases** qui sont parallèles et superposables ;
- des **faces latérales** qui sont des rectangles perpendiculaires aux bases.

Perspective cavalière :



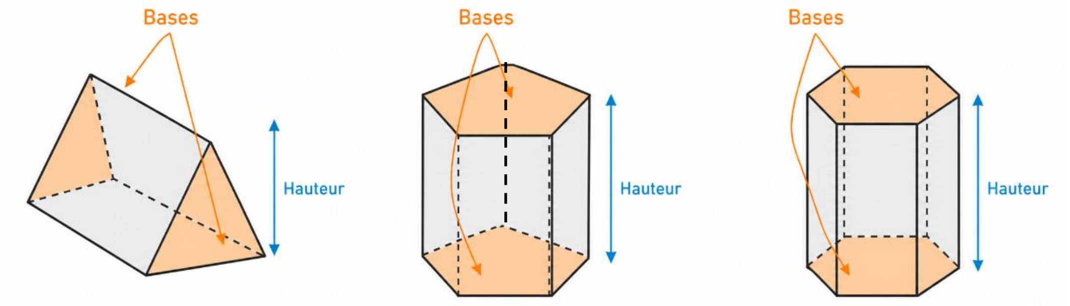


Un patron

Les bases de ce prisme droit sont des triangles.
La **hauteur** de ce prisme droit est la longueur des arêtes qui relient les deux bases, elle mesure 8 cm.

Remarque : Un pavé droit est un prisme droit particulier.

Autres représentations de prismes droits :

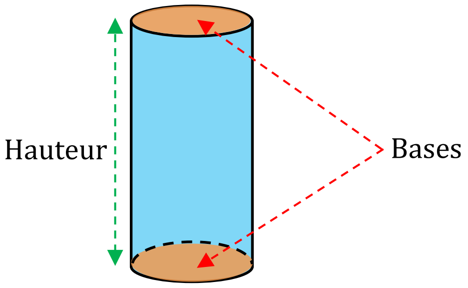


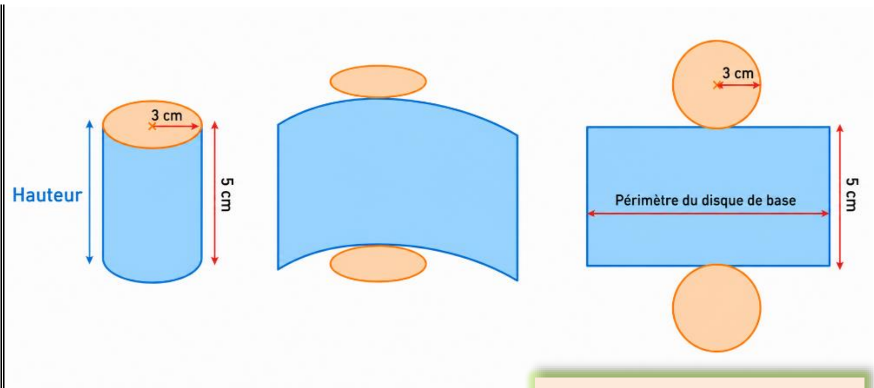
IV] Cylindre :

Définition : Un **cylindre de révolution** est un solide dans lequel :

- les **deux bases** sont des disques superposables ;
- la **surface latérale** est un rectangle enroulé autour des bases.

Perspective cavalière :





La position des disques est quelconque.

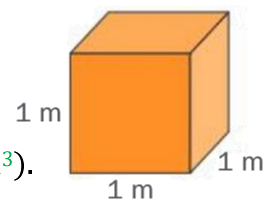
Méthodologie : Tracer le patron d'un cylindre.
On souhaite dessiner le patron d'un cylindre de rayon R = 3 cm et de hauteur h = 5 cm.

Pour cela il faut calculer la longueur du rectangle.
Or : Longueur du rectangle = Périmètre du cercle de base = $2 \times \pi \times 3 \approx 18{,}8$ cm
La longueur du rectangle est d'environ 18,8 cm.

V] Volume, contenance et conversions :

1- Volume :

Définition : Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace qu'il occupe.
L'unité de référence du volume est le mètre cube, notée m^3.
Il correspond au volume d'un cube d'arête de longueur 1m.
On utilise aussi ses multiples (km^3, hm^3, dam^3) et ses sous-multiples (dm^3, cm^3, mm^3).



Pour passer d'une unité de volume à celle immédiatement inférieure, on la multiplie par 1 000.
Exemple : 1 cm^3 = 1 cm × 1 cm × 1 cm = 10 mm × 10 mm × 10 mm = 1 000 mm^3

2- Contenance :

Définition : La **contenance** d'un récipient est la quantité de liquide ou de matière qu'il peut contenir.
L'unité de référence de la contenance est le litre, notée l.
On utilise aussi ses multiples (kL, hL, daL) et ses sous-multiples (dL, cL, mL).

Propriété : 1L = 1 dm^3

3- Conversion :

Pour convertir des volumes, on utilise le tableau suivant :

km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
											kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
							3	7	4	5	6,	2								
											0,	0	0	5	0	2				
																9	7	0	0	0
								0,	0	0	0	0	0	1						

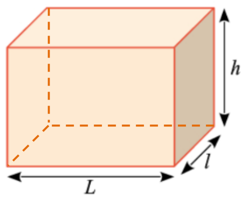
37,456 2 dam^3 = 37 456,2 m^3
5,02 dm^3 = 0,005 02 m^3
97 mL = 97 000 mm^3
1 L = 0,000 001 dam^3

Dans un **tableau de volume**, chaque unité contient trois colonnes, car **1m^3 = 1 000 dm^3**.
Donc, pour convertir un volume :
- quand on passe à l'unité voisine plus petite, on **multiplie par 1 000** ;
- quand on passe à l'unité voisine plus grande, on **divise par 1 000**.

VI] Formulaire sur les volumes :

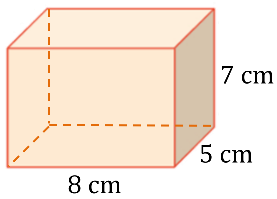
Formule du volume d'un pavé droit

Pavé droit de longueur L, de largeur l et de hauteur h.



Volume = L × l × h

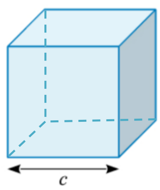
Exemple : Soit un pavé droit de longueur 8 cm, de largeur 5 cm et de hauteur 7 cm.



Volume = 8 × 5 × 7 = 280 cm^3

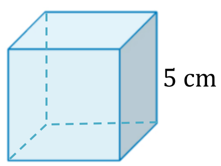
Formule du volume d'un cube

Cube de côté c.



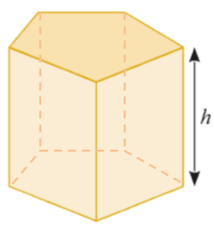
Volume = c × c × c = c^3

Exemple : Soit un cube de côté 5 cm.



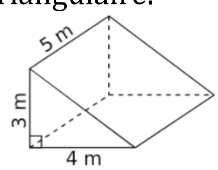
Volume = 5 × 5 × 5 = 125 cm^3

Formule du volume d'un prisme droit



Volume = aire de la base × hauteur

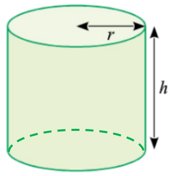
Exemple : Soit un prisme droit à base triangulaire.



Aire de la base = 4 × 3 ÷ 2 = 6 m^2
Volume = 6 × 5 = 30 m^3

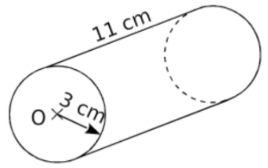
Formule du volume d'un cylindre

Cylindre de rayon r et de hauteur h.



Volume = aire de la base × hauteur
Volume = $\pi r^2 h$

Exemple : Soit un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 11 cm.



Volume = $\pi \times 3^2 \times 11 = 99\pi$ cm^3 (valeur exacte)
Volume ≈ 311 cm^3 (valeur arrondie)