

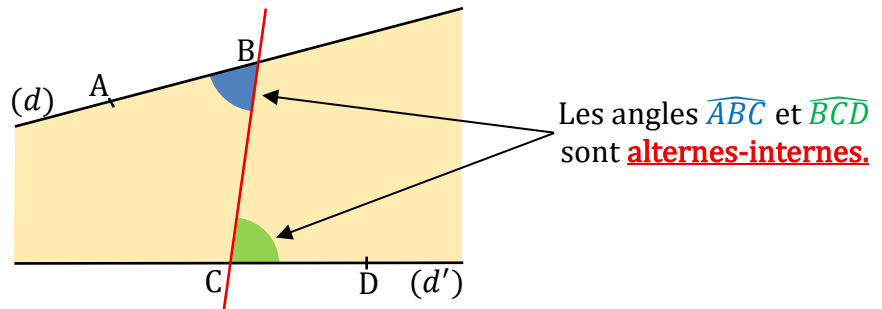
## Angles

### I] Angles alternes-internes et correspondants :

**Définition :**  $(d)$  et  $(d')$  étant deux droites coupées par une sécante.

Dire que **deux angles** formés par ces droites sont **alternes-internes** signifie que :

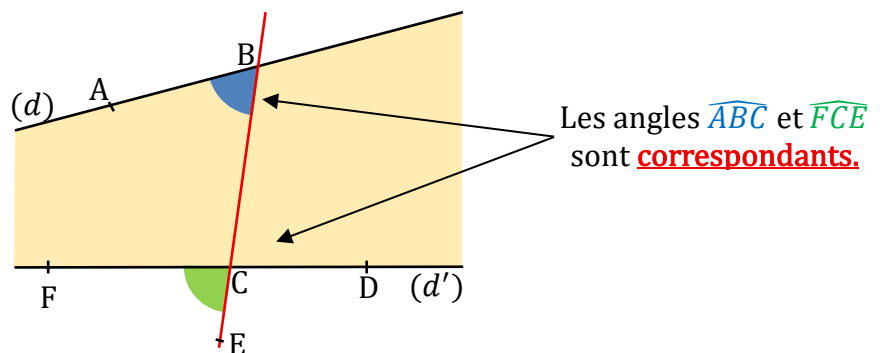
- ↪ ils n'ont **pas le même sommet** ;
- ↪ ils sont **situés de part et d'autre de la sécante** ;
- ↪ ils sont **situés à l'intérieur de la bande délimitée par  $(d)$  et  $(d')$** .



**Définition :**  $(d)$  et  $(d')$  étant deux droites coupées par une sécante.

Dire que **deux angles** formés par ces droites sont **correspondants** signifie que :

- ↪ ils n'ont **pas le même sommet** ;
- ↪ ils sont **situés du même côté de la sécante** ;
- ↪ **un des angles est situé à l'intérieur de la bande délimitée par  $(d)$  et  $(d')$  et l'autre à l'extérieur.**



### II] Angles et parallélisme :

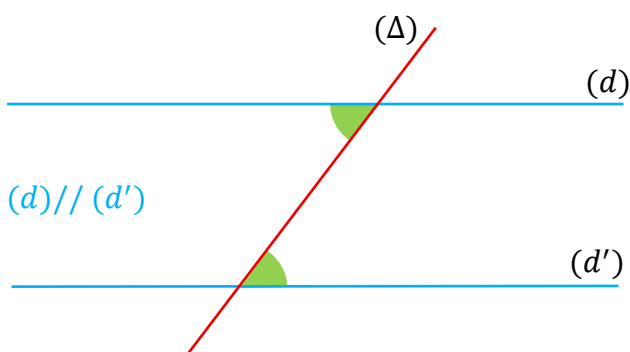
#### 1- Reconnaître des angles égaux :

#### Propriétés :

- ↪ Si deux droites coupées par une sécante sont **parallèles** alors elles forment des **angles alternes-internes de même mesure**.
- ↪ Si deux droites coupées par une sécante sont **parallèles** alors elles forment des **angles correspondants de même mesure**.

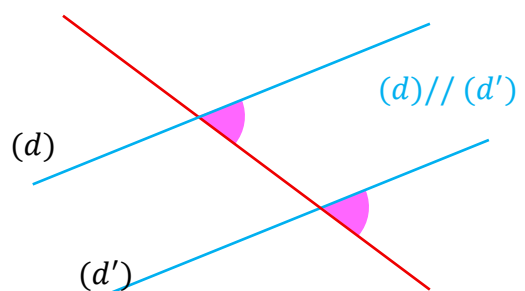
#### Exemple :

##### Angles alternes-internes



#### Exemple :

##### Angles correspondants



Les droites  $(d)$  et  $(d')$  sont **parallèles**.  
Donc les **angles alternes-internes** marqués en vert ont la **même mesure**.

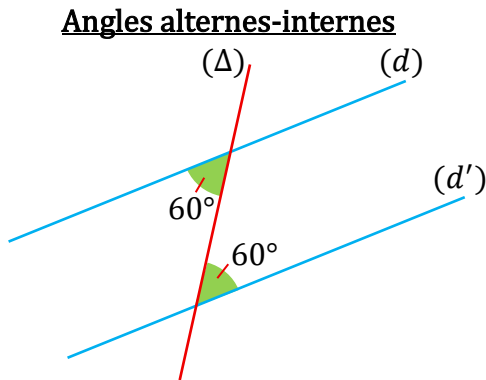
Les droites  $(d)$  et  $(d')$  sont **parallèles**.  
Donc les **angles correspondants** marqués en rose ont la **même mesure**.

## 2- Reconnaître des droites parallèles :

### Propriétés réciproques :

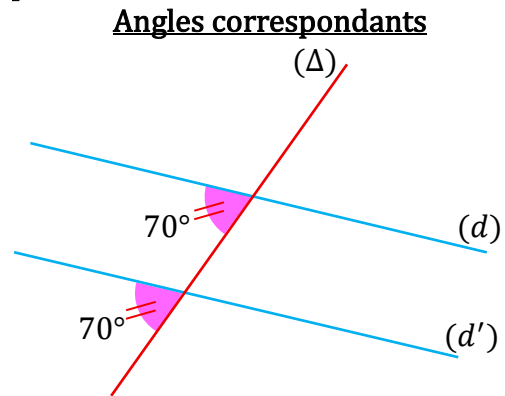
- ↪ Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles alternes-internes de même mesure alors ces droites sont parallèles**.
- ↪ Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles correspondants de même mesure alors ces droites sont parallèles**.

#### Exemple :



Les **angles marqués en vert** formés par les droites  $(d)$  et  $(d')$  et la sécante  $(\Delta)$  sont **alternes-internes et de même mesure**.  
Donc les droites  $(d)$  et  $(d')$  sont **parallèles**.

#### Exemple :



Les **angles marqués en rose** formés par les droites  $(d)$  et  $(d')$  et la sécante  $(\Delta)$  sont **correspondants et de même mesure**.  
Donc les droites  $(d)$  et  $(d')$  sont **parallèles**.

## III] Angles et triangles :

### 1- Angles des triangles particuliers :

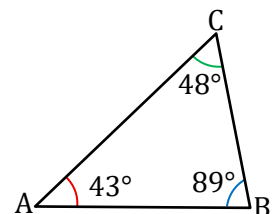
Type de triangle	Triangle isocèle	Triangle équilatéral	Triangle rectangle	Triangle rectangle isocèle
Schéma				
Propriétés	Les <b>angles à la base</b> sont de <b>même mesure</b>	Les <b>3 angles</b> ont la <b>même mesure : 60°</b>	Possède <b>un angle droit</b> $\hat{B} = 90^\circ$	Possède <b>un angle droit (90°)</b> et <b>deux angles de même mesure de 45°</b> .

### 2- Somme des angles d'un triangle :

**Propriété :** La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à **180°**.

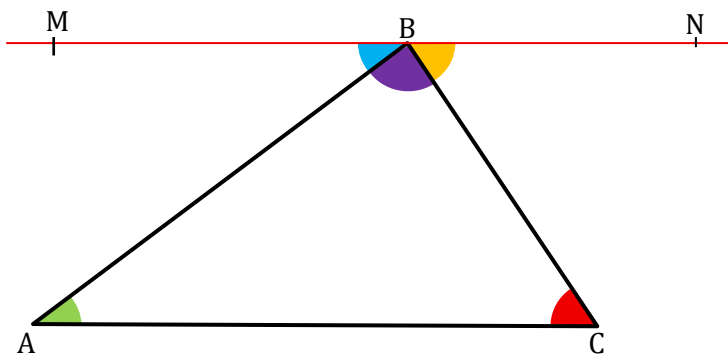
Dans le triangle ABC ci-contre, on a :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 89^\circ + 48^\circ + 43^\circ = 180^\circ$$



**Important :** Si la somme des angles n'est pas égale à  $180^\circ$ , alors le triangle n'existe pas et sa construction est impossible.

**Démonstration :** On considère un triangle ABC quelconque et une droite (MN), parallèle à la droite (AC) passant par B.



1) Que peut-on dire des angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{CBN}$  ?

**On sait que :** Les angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{CBN}$  sont alternes-internes.  
(AC) // (MN)

**Or :** Si deux droites coupées par une sécante sont parallèles alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure.

**On en déduit que :**  $\widehat{ACB} = \widehat{CBN}$ .

2) Que peut-on dire des angles  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{ABM}$  ?

**On sait que :** Les angles  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{ABM}$  sont alternes-internes.  
(AC) // (MN)

**Or :** Si deux droites coupées par une sécante sont parallèles alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure.

**On en déduit que :**  $\widehat{CAB} = \widehat{ABM}$ .

3) Quelle est la nature de l'angle  $\widehat{MBN}$  ?

Comme les points M, B et N sont alignés,  $\widehat{MBN}$  est un angle plat, c'est-à-dire qu'il mesure  $180^\circ$ .

4) Donc :  $\widehat{ABM} + \widehat{ABC} + \widehat{CBN} = 180^\circ$

Enfinement :  $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180^\circ$

5) Que peut-on affirmer sur la somme des angles d'un triangle ?

Dans un triangle la somme des angles est égale à  $180^\circ$ .

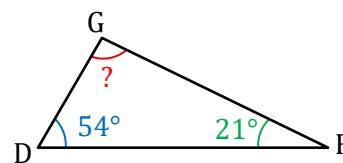
**Méthodologie :** Déterminer la valeur d'un angle dans un triangle.

**Exemple : (Rédaction type)**

Dans le triangle GFD ci-contre, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{DGF}$ .

Dans le triangle GFD,

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .



$$\text{Donc : } \widehat{DGF} = 180 - (54 + 21)$$

Somme totale des angles dans le triangle ←      → Entre parenthèses, la somme des deux angles qu'on connaît.

$$\widehat{DGF} = 180 - 75$$

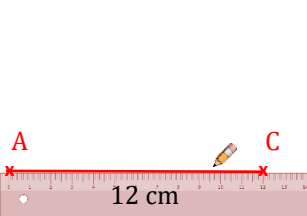
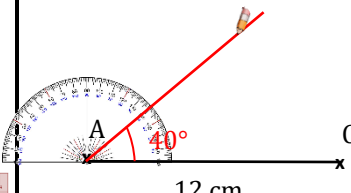
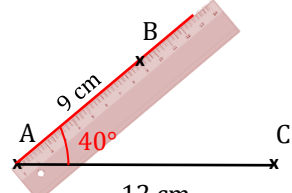
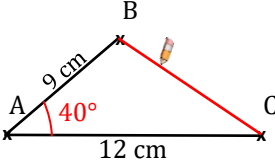
$$\widehat{DGF} = 105$$

La mesure de l'angle  $\widehat{DGF}$  est de  $105^\circ$ .

#### IV] Construction de triangles au rapporteur :

##### 1- Construction d'un triangle connaissant la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés :

**Exemple :** Tracer le triangle ABC tel que  $AB = 9 \text{ cm}$ ,  $AC = 12 \text{ cm}$  et  $\widehat{BAC} = 40^\circ$

<p><b>Etape n°1 :</b> Tracer un des côtés dont on connaît la longueur, par exemple [AC] qui a pour longueur 12 cm.</p>	<p><b>Etape n°2 :</b> Tracer l'angle. Avec le rapporteur tracer l'angle <math>\widehat{BAC} = 40^\circ</math></p>	<p><b>Etape n°3 :</b> Placer le troisième point sur la demi-droite que l'on vient de tracer. Le point B à 9 cm de A.</p>	<p><b>Etape n°4 :</b> Tracer le troisième côté du triangle.</p>
			

##### 2- Construction d'un triangle connaissant la mesure de deux angles et la longueur d'un côté compris entre ces angles.

**Exemple :** Tracer le triangle ABC tel que  $AB = 12 \text{ cm}$ ,  $\widehat{BAC} = 30^\circ$  et  $\widehat{ABC} = 55^\circ$ .

<p><b>Etape n°1 :</b> Tracer l'unique côté dont on connaît la longueur, ici [AB] de longueur 12 cm.</p>	<p><b>Etape n°2 :</b> Tracer le premier angle. Avec le rapporteur tracer l'angle <math>\widehat{BAC} = 30^\circ</math></p>	<p><b>Etape n°3 :</b> Tracer le deuxième angle. Avec le rapporteur tracer l'angle <math>\widehat{ABC} = 55^\circ</math></p>	<p><b>Etape n°4 :</b> A l'intersection des deux demi-droites tracées, on obtient le 3<sup>ème</sup> sommet du triangle. Ici le point C.</p>
