Thalès

I] Enoncé du théorème de Thalès :

Théorème :
Soient deux droites (AB) et (AC) sécantes en A, avec M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC).

Si (BC) et (MN) sont parallèles alors on a l'égalité des rapports suivants :

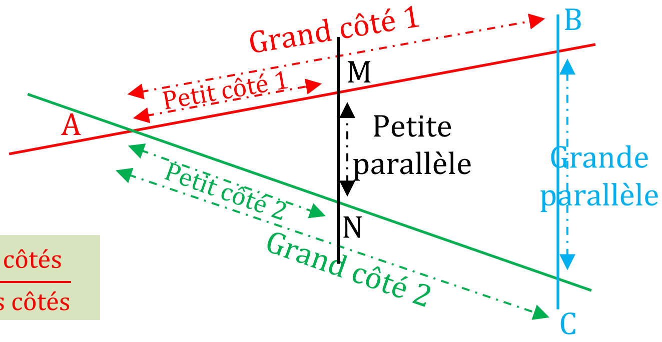
1er côté — 2ème côté — Droites parallèles

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Points d'intersection des deux droites

C'est le point qui se trouve en face des droites parallèles

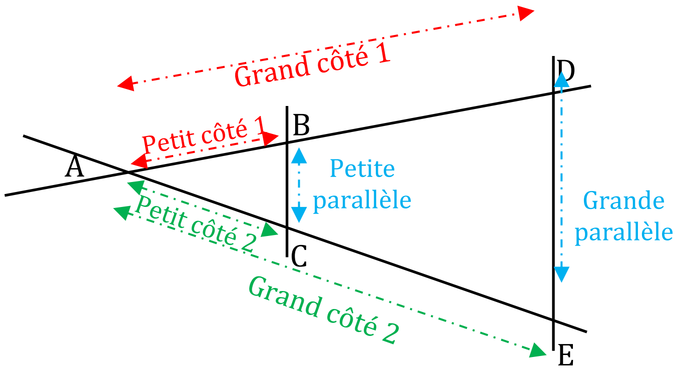
$\Rightarrow$ $\dfrac{\text{Petits côtés}}{\text{Grands côtés}}$



II] Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès :

1- Configuration des « triangles emboîtés » :

Exemple : On considère la figure suivante, sur laquelle (BC)//(DE).
On donne AB = 5 cm, AD = 35 cm, BC = 3 cm et AE = 42 cm.
Calculer DE.



On sait que : Les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A
(BC) // (DE)

Etape n°1 : Nommer les droites sécantes ainsi que leur point d'intersection. Et les droites parallèles.

On applique : Le théorème de Thalès → **Etape n°2 :** Enoncer le théorème à utiliser.

1er côté — 2ème côté — Droites parallèles

On en déduit : $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE} = \dfrac{BC}{DE}$

$$\frac{5}{35} = \frac{AC}{42} = \frac{3}{DE}$$

Remplacer les données par les valeurs de l'énoncé

$$DE = \frac{3 \times 35}{5}$$

Appliquer l'égalité des produits en croix

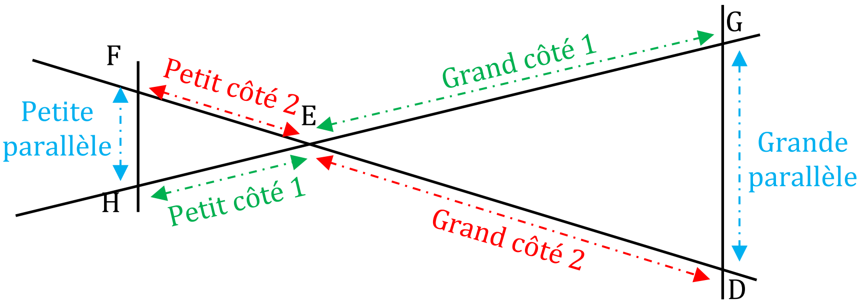
$$DE = 39 \text{ cm}$$

Calculer

Etape n°3 : On écrit l'égalité des rapports et on calcule la valeur recherchée.

2- Configuration du « papillon » :

Exemple : On considère la figure suivante, sur laquelle (FH)//(GD).
On donne FE = 2 cm, ED = 5 cm, GD = 4 cm et EG = 6 cm.
Calculer EH.



On sait que : Les droites (FD) et (HG) sont sécantes en E
(FH) // (GD)

Etape n°1 : Nommer les droites sécantes ainsi que leur point d'intersection. Et les droites parallèles.

On applique : Le théorème de Thalès

Etape n°2 : Enoncer le théorème à utiliser.

On en déduit : $\underset{\text{1er côté}}{\dfrac{EF}{ED}} = \underset{\text{2ème côté}}{\dfrac{EH}{EG}} = \underset{\text{Droites parallèles}}{\dfrac{FH}{GD}}$

$$\frac{2}{5} = \frac{EH}{6} = \frac{FH}{4}$$

Remplacer les données par les valeurs de l'énoncé

$$EH = \frac{2 \times 6}{5}$$

Appliquer l'égalité des produits en croix

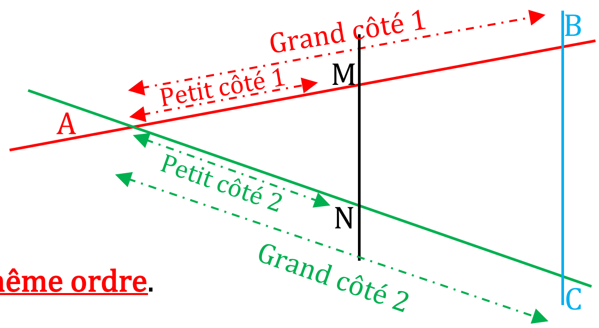
$$EH = 2{,}4 \text{ cm}$$

Calculer

Etape n°3 :
On écrit l'égalité des rapports et on calcule la valeur recherchée.

III] Démontrer ou non que deux droites sont parallèles.

Réciproque du théorème de Thalès :
Soient deux droites (BM) et (CN) sécantes en A.



=> Si $\underset{\text{1er côté}}{\dfrac{AM}{AB}} = \underset{\text{2ème côté}}{\dfrac{AN}{AC}}$

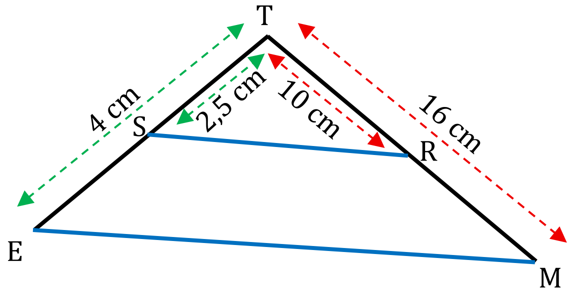
=> Si les points A, M, B d'une part
et les points A, N, C d'autre part **sont alignés dans le même ordre**.

Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Attention : Il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports, il faut aussi s'assurer que les points soient bien placés dans le même ordre.

Exemples :

Ci-dessous, les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.



Démontrer que les droites (RS) et (EM) sont parallèles.

Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

D'une part : $\frac{TR}{TM} = \frac{10}{16} = 0,625$

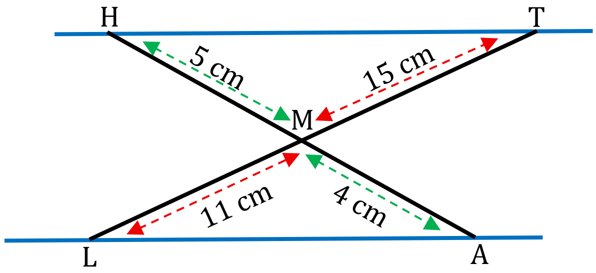
D'autre part : $\frac{TS}{TE} = \frac{2,5}{4} = 0,625$

On a : $\frac{TR}{TM} = \frac{TS}{TE}$

De plus, les points T, E, S et les points T, R, M sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (SR) et (EM) sont parallèles.

Ci-dessous, les droites (LT) et (AH) sont sécantes en M.



Démontrer que les droites (HT) et (LA) ne sont pas parallèles.

Les droites (HA) et (TL) sont sécantes en M.

D'une part : $\frac{MH}{MA} = \frac{5}{4} = 1,25$

D'autre part : $\frac{MT}{ML} = \frac{15}{11} \approx 1,36$

On a : $\frac{MH}{MA} \neq \frac{MT}{ML}$

Or, comme les rapports ne sont pas égaux, le théorème de Thalès ne s'applique pas.

Donc les droites (HT) et (LA) ne sont pas parallèles.