

## Puissances

### I] Puissance d'un nombre relatif :

#### 1- Exposant positif :

**Définition :** Soit  $a$  un nombre relatif et  $n$  un nombre entier positif.

«  $a$  exposant  $n$  » noté  $a^n$ , signifie que l'on va multiplier le nombre  $a$ ,  $n$  fois par lui-même.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois le facteur } a}$$

**Exemples :**  $4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1\,024$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

#### 2 - Cas de l'exposant 0 :

**Propriété :** Pour tout nombre  $a \neq 0$ , on convient que :  $a^0 = 1$

**Exemples :**  $5^0 = 1$

$$(-3)^0 = 1$$

⚠  $-3^0 = -(3^0) = -1$  car la puissance porte seulement sur le 3, pas sur le signe moins.

#### 3- Importance des parenthèses :

**Propriété :** La puissance s'applique seulement au nombre ou à l'expression qui la précède.

**Exemple :**  $(-7)^4 = (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) = 2\,401$

mais  $-7^4 = -7 \times 7 \times 7 \times 7 = -2\,401$

Donc :  $(-7)^4 \neq -7^4$

### II] Puissances d'exposant négatif :

**Définition :** Pour tout nombre  $a \neq 0$  et tout entier  $n$  positif,

On note  $a^{-n}$  l'inverse de  $a^n$  :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois le facteur } a}}$

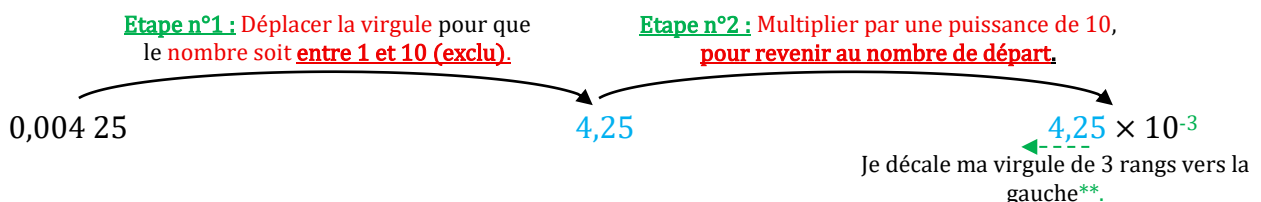
**Exemple :**  $2^{-3}$  l'inverse de  $2^3$  :  $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$

### II] Notation scientifique d'un nombre :

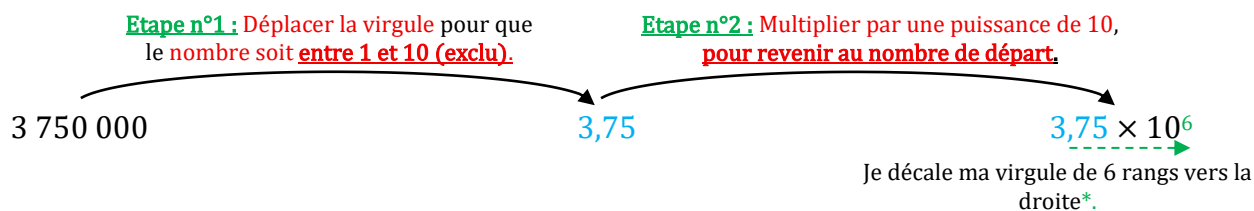
**Définition :** L'écriture scientifique d'un nombre est la seule écriture de la forme  $a \times 10^n$  dans laquelle :

- $a$  est un nombre décimal tel que  $1 \leq a < 10$  ;
- $n$  est un nombre entier relatif.

**Exemple n°1 :** Donner l'écriture scientifique de 0,004 25



**Exemple n°1 :** Donner l'écriture scientifique de 0,004 25



**III] Propriétés de calcul :**

Pour tout a et b réel non nul, n et p entiers relatifs.

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$2^3 \times 2^5$ $= 2^{3+5}$ $= 2^8$	$(3^4)^5$ $= 3^{4 \times 5}$ $= 3^{20}$	$\frac{4^8}{4^3}$ $= 4^{8-3}$ $= 4^5$	$(4 \times 2)^2$ $= 4^2 \times 2^2$ $= 16 \times 4$ $= 64$	$\left(\frac{4}{5}\right)^2$ $= \frac{4^2}{5^2}$ $= \frac{16}{25}$
$10^5 \times 10^{-6}$ $= 10^{5-6}$ $= 10^{-1}$	$(10^{-2})^3$ $= 10^{-2 \times 3}$ $= 10^{-6}$	$\frac{10^{-7}}{10^{-3}}$ $= 10^{-7 - (-3)}$ $= 10^{-7+3}$ $= 10^{-4}$	$5^5 \times 2^5$ $= (5 \times 2)^5$ $= 10^5$ $= 100\ 000$	

**IV] Opérations contenant des puissances :**

Calculer l'expression suivante et donner le résultat en notation scientifique :

$$A = \frac{2 \times 10^5 \times 4 \times 5 \times 10^{-2} \times 10^4}{10^{12} \times 20 \times 10^{-4}}$$

**Méthodologie :** On **regroupe** tous les nombres sur une même fraction et toutes les puissances de 10 sur une autre fraction.

$$A = \frac{\text{nombres}}{20} \times \frac{\text{puissances}}{10^{12} \times 10^{-4}}$$

$$A = \frac{2 \times 4 \times 5}{20} \times \frac{10^5 \times 10^{-2} \times 10^4}{10^{12} \times 10^{-4}}$$

$$A = \frac{40}{20} \times \frac{10^{5-2+4}}{10^{12-4}}$$

$$A = 2 \times \frac{10^7}{10^8}$$

$$A = 2 \times 10^{7-8}$$

$$A = 2 \times 10^{-1}$$