Calcul littéral

I] Expression littérale :

Définition : Une **expression littérale** est une expression mathématique qui contient **une ou plusieurs lettres** appelées **variables.**
Ces **lettres** représentent des **nombres inconnus** ou **qui peuvent varier**.

Exemple : L'aire d'un rectangle : $A = L \times l$
Le périmètre d'un cercle : $P = 2\pi r$

II] Réduire une expression littérale :

1- Sans parenthèses :

Définition : Réduire une expression, c'est rassembler puis compter ensemble les termes de « même famille ».

Exemple : $A = 5 + x^2 + 2x - 2 + 3x^2 - x - 7 + 5x^2 + 10x^2$.
Cette expression algébrique comporte 3 sortes de termes :
- des termes en « x^2 » : $+ x^2 + 3x^2 + 5x^2 + 10x^2$
- des termes en « x » : $+ 2x - x$
- des termes numériques, constants : $+ 5 - 2 - 7$

Réduire l'expression suivante :

$$A = 5 + x^2 + 2x - 2 + 3x^2 - x - 7 + 5x^2 + 10x^2$$

Etape n°1 : Regrouper ensemble les termes de même famille.

Famille des « x^2 » — Famille des « x » — Famille des sans « x »

$$A = \underline{x^2 + 3x^2 + 5x^2 + 10x^2}\ \underline{+ 2x - x}\ \underline{+ 5 - 2 - 7}$$

Etape n°2 : Calculer les termes de la même famille.

$$A = 19x^2 + x - 4$$

2- Avec parenthèses :

Propriété : Quand les **parenthèses sont directement précédées du signe « + »** on peut **supprimer le « + » et les parenthèses** (les parenthèses ne servent à rien).

Exemples : Réduire les expressions suivantes.

$A = 4 + (5 - x)$	$B = 4{,}5 + (- x + 11)$	$C = (- 4x + 9) + 7$
$A = 4 + 5 - x$	$B = 4{,}5 - x + 11$	$C = - 4x + 9 + 7$
$A = 9 - x$	$B = 15{,}5 - x$	$C = - 4x + 16$

Propriété : Quand les **parenthèses sont directement précédées du signe « – »** on peut **supprimer le « – » et les parenthèses** en changeant le signe de tous les termes de la parenthèse.

Exemples : Réduire les expressions suivantes.

$D = 2x - (6{,}5 + x)$	$E = - (- 7 + x)$	$F = - (- 8x + 6) + 4x$
$D = 2x - 6{,}5 - x$	$E = + 7 - x$	$F = + 8x - 6 + 4x$
$D = 2x - x - 6{,}5$		$F = 12x - 6$
$D = x - 6{,}5$		

III] Développer une expression :

1- Simple distributivité :

Définition : **Développer** c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Propriété : Pour tous nombres relatifs k, a et b, on a :

$$k(a + b) = ka + kb$$

⟶ Quand on **distribue**, on multiplie chaque terme de la parenthèse par le nombre devant la parenthèse.

Exemples :

$\boxed{7}(\boxed{4x}\boxed{+5}) = 7 \times 4x + 7 \times 5$
$= 28x + 35$

$\boxed{2}(\boxed{3}\boxed{-7x}) = 2 \times 3 + 2 \times (-7x)$
$= 6 - 14x$
$= -14x + 6$

$\boxed{-6}(\boxed{-x}\boxed{-5}) = -6 \times (-x) + (-6) \times (-5)$
$= 6x + 30$

2- Double distributivité :

Propriété : Pour tous nombres relatifs a, b, c et d, on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

$A = (\boxed{4x}\boxed{+2})(\boxed{3x}\boxed{+5})$

$A = 4x \times 3x + 4x \times 5 + 2 \times 3x + 2 \times 5$

$A = 12x^2 + \underbrace{20x + 6x} + 10$ On réduit les termes en x.

$A = 12x^2 + \quad 26x \quad + 10$

$B = (\boxed{-2x}\boxed{+3})(\boxed{-x}\boxed{-6})$

$B = (-2x) \times (-x) + (-2x) \times (-6) + 3 \times (-x) + 3 \times (-6)$

$B = 2x^2 + \underbrace{12x - 3x} - 18$ On réduit les termes en x.

$B = 2x^2 + \quad 9x \quad - 18$

En option

En route vers la 2nd : Identités remarquables

Propriété : Pour tous nombres réels a et b on a les trois identités remarquables suivantes.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
$\underbrace{(2x}_{a} + \underbrace{3)^2}_{b} = \underbrace{(2x)^2}_{a^2} + \underbrace{2 \times 2x \times 3}_{+2ab} + \underbrace{3^2}_{+b^2}$ $= 4x^2 + 12x + 9$	$\underbrace{(3x}_{a} - \underbrace{2)^2}_{b} = \underbrace{(3x)^2}_{a^2} - \underbrace{2 \times 3x \times 2}_{-2ab} + \underbrace{2^2}_{+b^2}$ $= 9x^2 - 12x + 4$	$\underbrace{(5x}_{a} + \underbrace{1)}_{b}\underbrace{(5x}_{a} - \underbrace{1)}_{b} = \underbrace{(5x)^2}_{a^2} - \underbrace{1^2}_{b^2}$ $= 25x^2 - 1$

IV] Programme de calculs :

Définition : Un **programme de calculs** est une suite d'opérations que l'on peut traduire par une expression littérale.

Exemple : Traduire le programme suivant à l'aide d'une expression littérale.

Méthodologie : Rédaction type

1 => Réécrire le programme.

2 => A droite de chacune des lignes du programme écrire son expression associée.

Programme	Expression
Choisir un nombre	On choisit une lettre en général x → x
Multiplier le par 7	$7 \times x = 7x$
Ajouter 8	$7x + 8$
Ecrire le résultat	Le résultat est $7x + 8$. Ecrire le résultat

Tenir compte des techniques de calcul

V] Factorisation :

1- Définition :

Définition : Factoriser c'est transformer une somme (ou différence) en un produit.

Placer entre **parenthèses** juste après le facteur commun, **tout ce qui reste dans l'expression** (nombres, lettres et signes).

$$\boxed{k}a + \boxed{k}b = \boxed{k}(a + b)$$

Encadrer le facteur commun en rouge, le placer à droite du signe égal.

Placer entre **parenthèses** juste après le facteur commun, **tout ce qui reste dans l'expression** (nombres, lettres et signes).

$$\boxed{k}a - \boxed{k}b = \boxed{k}(a - b)$$

Encadrer le facteur commun en rouge, le placer à droite du signe égal.

Exemples :

$A = \boxed{5}x + \boxed{5}y = \boxed{5}(x + y)$

$B = 9\boxed{x}^2 - 2\boxed{x} = \boxed{x}(9x - 2)$

$C = 3x + 15$

Parfois il sera nécessaire de décomposer certains nombres.

$C = \boxed{3}x + \boxed{3} \times 5 = \boxed{3}(x + 5)$

2- Factoriser à l'aide des identités remarquables :

En option | Obligatoire

En route vers la 2nd :		Pour la 3ème :
Propriété : Pour tous nombres réels a et b on a les trois identités remarquables suivantes.		
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$\underbrace{4x^2}_{\underbrace{(2x)^2}_{a^2}} + \underbrace{12x}_{\underbrace{12x}_{+2ab}} + \underbrace{9}_{\underbrace{+3^2}_{+b^2}} = (2x + 3)^2$	$\underbrace{9x^2}_{\underbrace{(3x)^2}_{a^2}} - \underbrace{12x}_{\underbrace{12x}_{-2ab}} + \underbrace{4}_{\underbrace{+2^2}_{+b^2}} = (3x - 2)^2$	$\underbrace{25x^2}_{\underbrace{(5x)^2}_{a^2}} - \underbrace{1}_{\underbrace{1^2}_{b^2}} = \underbrace{(5x + 1)}_{(a+b)}\underbrace{(5x - 1)}_{(a-b)}$