

# Thalès

## I] Enoncé du théorème de Thalès :

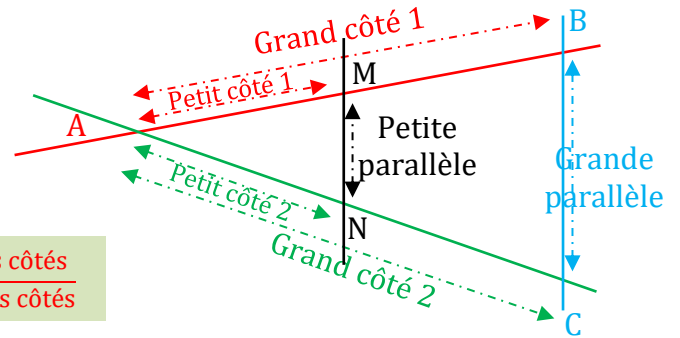
### Théorème :

Soient deux droites (AB) et (AC) **sécantes en A**, avec **M** un point de la droite (AB) et **N** un point de la droite (AC).

Si (BC) et (MN) sont parallèles alors on a l'égalité des rapports suivants :

$$\frac{\overset{\text{1er côté}}{AM}}{\underset{\text{Points d'intersection des deux droites}}{AB}} = \frac{\overset{\text{2ème côté}}{AN}}{\underset{\text{C'est le point qui se trouve en face des droites parallèles}}{AC}} = \frac{\text{Droites parallèles } MN}{BC}$$

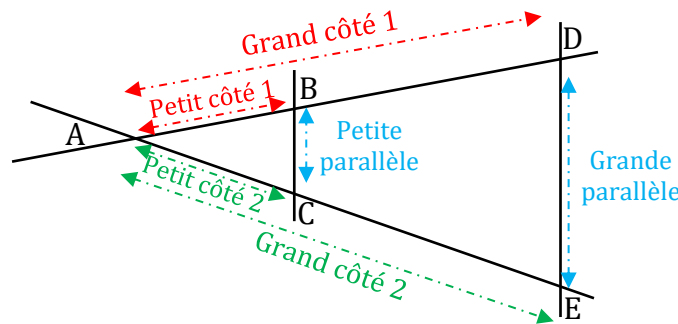
$$\frac{\text{Petits côtés}}{\text{Grands côtés}}$$



## II] Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès (« triangles emboîtés »).

**Exemple :** On considère la figure suivante, sur laquelle (BC)//(DE).  
On donne AB = 5 cm, AD = 35 cm, BC = 3 cm et AE = 42 cm.

**Calculer DE.**



**On sait que :** Les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A  
(BC) // (DE)

**Etape n°1 :** Nommer les droites sécantes ainsi que leur point d'intersection. Et les droites parallèles.

**On applique :** Le théorème de Thalès

**Etape n°2 :** Enoncer le théorème à utiliser.

**On en déduit :**

$$\frac{\overset{\text{1er côté}}{AB}}{\underset{\text{Points d'intersection des deux droites}}{AD}} = \frac{\overset{\text{2ème côté}}{AC}}{\underset{\text{C'est le point qui se trouve en face des droites parallèles}}{AE}} = \frac{\text{Droites parallèles } BC}{DE}$$

$$\frac{5}{35} = \frac{AC}{42} = \frac{3}{DE}$$

$$DE = \frac{3 \times 35}{5}$$

$$DE = 39 \text{ cm}$$

Remplacer les données par les valeurs de l'énoncé

Appliquer l'égalité des produits en croix

Calculer

**Etape n°3 :**  
On écrit l'égalité des rapports et on calcule la valeur recherchée.

### III] Démontrer ou non que deux droites sont parallèles.

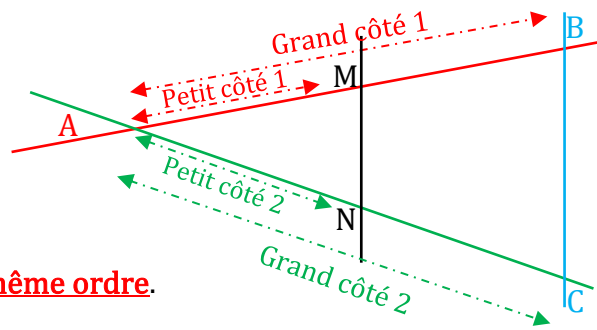
#### Réciproque du théorème de Thalès :

Soient deux droites (BM) et (CN) sécantes en A.

$$\Rightarrow \text{Si } \frac{\overset{1^{\text{er}}}{\text{côté}} \overline{AM}}{\overset{2^{\text{ème}}}{\text{côté}} \overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$$

$\Rightarrow$  Si les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part **sont alignés dans le même ordre**.

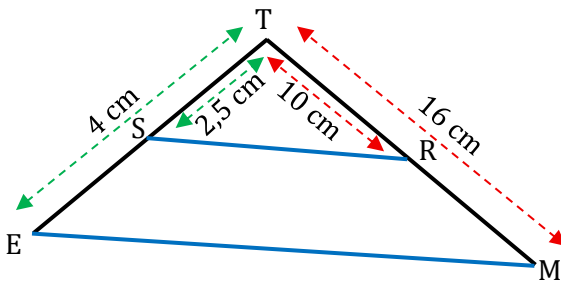
Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



**Attention :** Il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports, il faut aussi s'assurer que les points soient bien placés dans le même ordre.

#### Exemples :

Ci-dessous, les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.



**Démontrer que les droites (RS) et (EM) sont parallèles.**

Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

**D'une part :**  $\frac{TR}{TM} = \frac{10}{16} = 0,625$

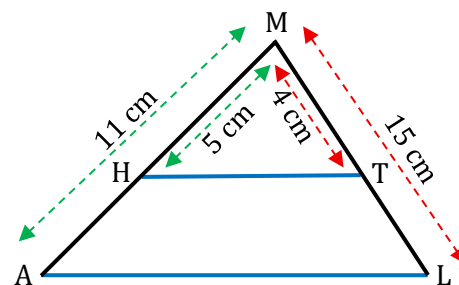
**D'autre part :**  $\frac{TS}{TE} = \frac{2,5}{4} = 0,625$

**On a :**  $\frac{TR}{TM} = \frac{TS}{TE}$

De plus, les points T, E, S et les points T, R, M sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (SR) et (EM) sont parallèles.

Ci-dessous, les droites (LT) et (AH) sont sécantes en M.



**Démontrer que les droites (HT) et (AL) ne sont pas parallèles.**

Les droites (HA) et (TL) sont sécantes en M.

**D'une part :**  $\frac{MH}{MA} = \frac{5}{11} \approx 0,45$

**D'autre part :**  $\frac{MT}{ML} = \frac{4}{15} \approx 0,27$

**On a :**  $\frac{MH}{MA} \neq \frac{MT}{ML}$

Or, comme les rapports ne sont pas égaux, la réciproque du théorème de Thalès ne s'applique pas.

Donc les droites (HT) et (AL) ne sont pas parallèles.