

Proportionnalité

I] Grandeurs proportionnelles et tableau de proportionnalité :

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par le **même nombre**.

Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

Méthodologie : Pour montrer qu'un tableau est ou non un tableau de proportionnalité, on peut **utiliser les produits en croix**.

Exemple : Déterminer si les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité.

1^{ère} étape : Calculer les **produits en croix**.

1	4
15	60

$$1 \times 60 = 60 \text{ et } 4 \times 15 = 60$$

Les **produits en croix** sont égaux, **il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité**.

2^{ème} étape : Conclure

1	10
2,1	20

$$1 \times 20 = 20 \text{ et } 10 \times 2,1 = 21$$

Les **produits en croix** ne sont pas égaux, **il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité**.

II] Quatrième proportionnelle :

Définition : Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, si on connaît trois valeurs la **valeur manquante** est appelée **quatrième proportionnelle**.

Méthodologie : Pour **calculer une quatrième proportionnelle** on peut **utiliser l'égalité des produits en croix**.

Exemple : Dans le tableau de proportionnalité ci-contre, on a,
 $250 \times x = 150 \times 400$

$$250 \times x = 60\,000$$

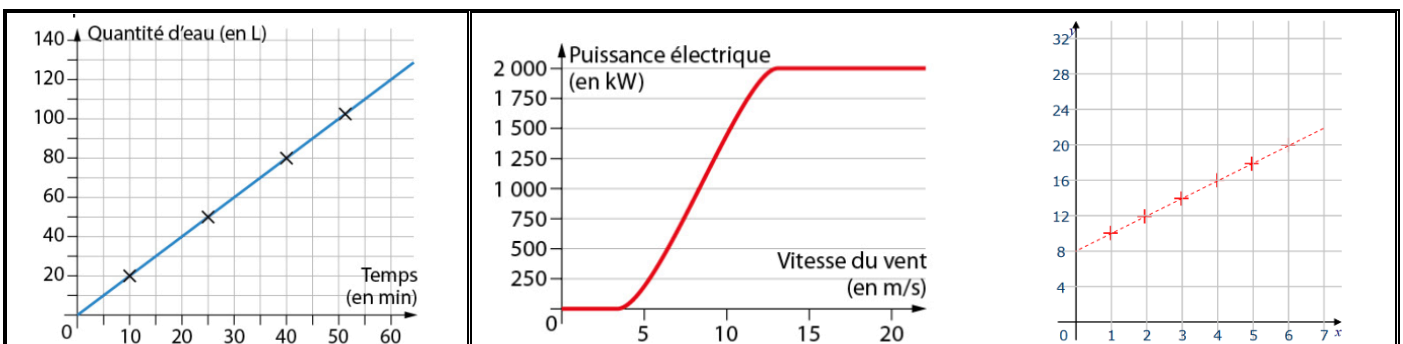
$$x = \frac{60\,000}{250} = 240$$

250	400
150	x

III] Représentation graphique d'une situation de proportionnalité :

Propriété 1 : Si deux **grandeurs sont proportionnelles**, alors elles sont représentées graphiquement par des **points alignés avec l'origine du repère**.

Propriété 2 : Réciproquement, si **deux grandeurs sont représentées graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère**, alors elles sont **proportionnelles**.



Les points sont alignés avec l'origine, **il s'agit donc d'une situation de proportionnalité.**

Les points ne sont pas alignés avec l'origine, **il ne s'agit donc pas d'une situation de proportionnalité.**

IV] Ratio :

Définition : Un **ratio** exprime une **comparaison entre deux ou plusieurs quantités**.
Une **fraction** exprime une **comparaison entre une partie et un total**.

a, b et c désignent des nombres positifs.

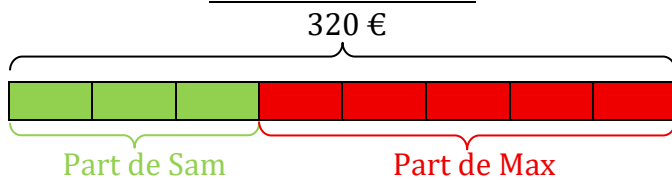
↪ On dit que les deux nombres a et b sont dans le ratio $2 : 3$ si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$.



Exemple : On partage 320 € entre Sam et Max selon le ratio **3 : 5**. Quelle est la part de chacun ?
Le ratio **3 : 5** signifie que **Sam reçoit 3 parts** et **Max reçoit 5 parts**.

On peut représenter cette situation de deux manières différentes :

A l'aide d'une barre



Etape n°1 : Calculer le nombre de parts totales.

$$3 + 5 = 8$$

Il y a au total 8 parts

Etape n°2 : Calculer la valeur d'une part.

$$320 \div 8 = 40$$

Etape n°3 : Calculer la part de chacun.

$$\text{Sam : } 3 \times 40 = 120 \text{ €}$$

$$\text{Max : } 5 \times 40 = 200 \text{ €}$$

On peut aussi trouver les résultats à l'aide des fractions.

$$\text{Sam reçoit } \frac{3}{8} \text{ de } 320 \text{ € : } \frac{3 \times 320}{8} = 120 \text{ €.}$$

$$\text{Max reçoit } \frac{5}{8} \text{ de } 320 \text{ € : } \frac{5 \times 320}{8} = 200 \text{ €.}$$

A l'aide d'un tableau de proportionnalité

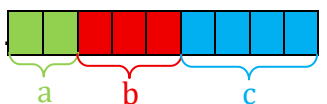
	Sam	Max	Total
Ratio (parts)	3	5	8
Somme (€)			320

A l'aide des produits en crois on peut calculer les parts de chacun.

$$\text{Sam reçoit : } \frac{3 \times 320}{8} = 120 \text{ €.}$$

$$\text{Max reçoit : } \frac{5 \times 320}{8} = 200 \text{ €.}$$

↪ On dit que les trois nombres a, b et c sont dans le ratio $2 : 3 : 4$ si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$.



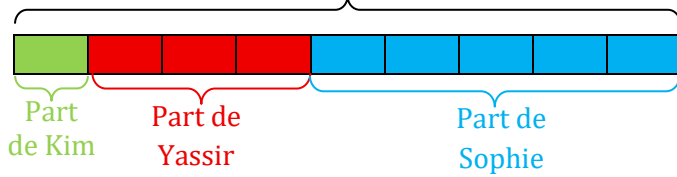
Exemple : Le partage de 207 000 € entre Kim, Yassir et Sophie se fait dans le ratio **1 : 3 : 5**. Combien chaque personne reçoit-elle ?

1 : 3 : 5 signifie que quand Kim reçoit **une part**, Yassir en reçoit **3** et Sophie en reçoit **5** : il y a donc un partage entre 9 parts identiques

On peut représenter cette situation de deux manières différentes :

A l'aide d'une barre

207 000 €



Etape n°1 : Calculer le nombre de parts totales.

$$1 + 3 + 5 = 9$$

Il y a au total 9 parts

Etape n°2 : Calculer la valeur d'une part.

$$207\ 000 \div 9 = 23\ 000$$

Etape n°3 : Calculer la part de chacun.

$$\text{Kim : } 1 \times 23\ 000 = 23\ 000 \text{ €}$$

$$\text{Yassir : } 3 \times 23\ 000 = 69\ 000 \text{ €}$$

$$\text{Sophie : } 5 \times 23\ 000 = 115\ 000 \text{ €}$$

On peut aussi trouver les résultats à l'aide des fractions.

$$\text{Kim reçoit } \frac{1}{9} \text{ de } 207\ 000 \text{ € : } \frac{1 \times 207\ 000}{9} = 23\ 000 \text{ €.}$$

$$\text{Yassir reçoit } \frac{3}{9} \text{ de } 207\ 000 \text{ € : } \frac{3 \times 207\ 000}{9} = 69\ 000 \text{ €.}$$

$$\text{Sophie reçoit } \frac{5}{9} \text{ de } 207\ 000 \text{ € : } \frac{5 \times 207\ 000}{9} = 115\ 000 \text{ €.}$$

A l'aide d'un tableau de proportionnalité

	Kim	Yassir	Sophie	Total
Ratio (parts)	1	3	5	9
Somme (€)				207 000

A l'aide des produits en crois on peut calculer les parts de chacun.

$$\text{Kim reçoit : } \frac{1 \times 207\ 000}{9} = 23\ 000 \text{ €.}$$

$$\text{Yassir reçoit : } \frac{3 \times 207\ 000}{9} = 69\ 000 \text{ €.}$$

$$\text{Sophie reçoit : } \frac{5 \times 207\ 000}{9} = 115\ 000 \text{ €.}$$