

Proportionnalité

I] Grandeurs proportionnelles :

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre (non nul), appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples de grandeurs proportionnelles :

- ↪ **Recette de cuisine :** si on double le nombre de gâteaux, on double les quantités.
- ↪ **Prix et quantité :** 3 kg de pommes coûtent 6 €, alors 1 kg coûte 2 €, etc.
- ↪ **Temps de travail et salaire :** 1 h de travail = 12 €, alors 5 h de travail = 60 €.

Exemple de grandeurs non proportionnelles :

- ↪ **Âge et taille :** si l'âge double, la taille ne double pas forcément.
- ↪ **Distance de freinage et vitesse :** en général, quand la vitesse double, la distance de freinage augmente beaucoup plus (ce n'est pas une simple multiplication par 2).

II] Tableau de proportionnalité et coefficient de proportionnalité :

Remarques : Deux grandeurs proportionnelles peuvent être représentées dans un tableau. On dit alors que ce tableau est un **tableau de proportionnalité**.

Méthodologie : Comment savoir si une situation est proportionnelle ou non ?

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on **passé toujours de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} en multipliant par le même nombre**, le **coefficient de proportionnalité**.

$$2^{\text{ème}} \text{ ligne} = \text{coefficient de proportionnalité} \times 1^{\text{ère}} \text{ ligne}$$

$$\text{Donc : Coefficient de proportionnalité} = 2^{\text{ème}} \text{ ligne} \div 1^{\text{ère}} \text{ ligne}$$

Exemples : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

Nombre de t-shirts	1	4	Nombre de stylos achetés	1	10
Prix (€)	15	60	Prix (€)	2,1	20

Etape n°1 : Diviser les valeurs de la 2^{ème} ligne par celles de la 1^{ère} ligne.

$$\frac{15}{1} = 15 \text{ et } \frac{60}{4} = 15$$

$$\frac{2,1}{1} = 2,1 \text{ et } \frac{20}{10} = 2$$

Etape n°2 : Conclure

Tous les quotients sont égaux, **il s'agit bien d'une situation de proportionnalité**.

Le quotient obtenu, ici 15, est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Les quotients ne sont pas tous égaux, **il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité**.

En effet $2,1 \neq 2$.

III] Quatrième proportionnelle :

Définition : Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, si on connaît trois valeurs la **valeur manquante est appelée quatrième proportionnelle**.

Il existe plusieurs manières de déterminer cette quatrième proportionnelle :

Méthode par coefficient de proportionnalité :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut **utiliser le coefficient de proportionnalité**.

Masse en (kg)	6	15	↪ × 5
Prix en (€)	30	75	

$$\text{Coefficient de proportionnalité} = 30 \div 6 = 5$$

Méthode par multiplication et division d'une colonne :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre.

Nombre de repas	3	+	2	=	5
Prix en (€)	12,90	+	8,60	=	21,50

Méthode par addition ou soustraction de colonnes :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut ajouter ou soustraire les nombres de deux autres colonnes.

Temps (h)	3		12
distance (km)	120		480

$\times 4$ (from 3 to 12)
 $\times 4$ (from 120 to 480)

Méthode par retour à l'unité :

Pour obtenir les nombres d'une colonne, il est parfois plus judicieux de revenir à l'unité.

Nombre de gâteaux	5	1	3
Farine (g)	1 000	200	600

$\div 5$ (from 5 to 1)
 $\times 3$ (from 1 to 3)
 $\div 5$ (from 1000 to 200)
 $\times 3$ (from 200 to 600)

IV] Comment résoudre un exercice de proportionnalité ?

Exemple : A la boulangerie, Grégoire a acheté 4 tartelettes aux pommes pour 8,40€. Sa sœur Louise en a acheté 5. Quel prix Louise a-t-elle payé ?

Méthodologie :

Etape n°1 : Tracer un tableau de 2 lignes et 3 colonnes (minimum). **Etape n°3 :** Placer les valeurs dans le tableau

Nombre de tartelettes aux pommes	4	1	5
Prix (en €)	8,40	2,10	?

10,50

Etape n°2 : Placer les deux grandeurs

Etape n°4 : Trouver la valeur recherchée

Résolution : Pour trouver le prix des 5 tartelettes aux pommes, on commence par calculer le prix d'une tartelette.

Prix d'une tartelette = $8,40 \div 4 = 2,10\text{€}$
 Une tartelette coûte 2,10€.

Et on en déduit le prix de 5 tartelettes.
 Prix de 5 tartelettes = $2,10 \times 5 = 10,50 \text{€}$

Finalement 5 tartelettes coûtent 10,50€.