Suites arithmétiques

Exercice n°1 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 5$.
Calculer u_1, u_2 et u_3.

Exercice n°2 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $u_0 = -4$.
1) Exprimer u_n en fonction de n.
2) Calculer u_{20}.

Exercice n°3 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = -2$ telle que $u_3 = 7$.
1) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
2) Calculer u_{10}.

Exercice n°4 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = \frac{3}{2}$ telle que $u_4 = 9$.
Déterminer la valeur du premier terme u_0.

Exercice n°5 :
Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = 3$ et $u_1 = 7$.
Déterminer la valeur de la raison r.

Exercice n°6 :
Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_2 = 4$ et $u_6 = -1$.
Déterminer la valeur de la raison r.

Exercice n°7 :
Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Justifier.
1) (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in N$, $u_{n+1} = u_{n-4}$.
2) (v_n) définie pour tout $n \in N$ par $v_n = -n + 3$.
3) (w_n) définie pour tout $n \in N$ par $w_n = n^2 - 3$.

Exercice 8 :
On considère la suite (u_n) définie sur N par $un = (n+1)^2 - n^2$.
Montrer que la suite (u_n) est arithmétique.

Exercice 9 :
Leïla avait 10 jeux vidéo en janvier 2019. Depuis février 2019, elle décide d'acheter 2 nouveaux jeux le premier jour de chaque mois.
On note u_n le nombre de jeux vidéo de Leïla en fin de mois, n mois après janvier 2019.
1) Déterminer la valeur de u_0.
2) Justifier que la suite (u_n) est arithmétique et déterminer sa raison.

Correction

Exercice n°1 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 5$.
Calculer u_1, u_2 et u_3.
$u_1 = u_0 + 1 \times r = 5 + 1 \times 3 = 5 + 3 = 8$
$u_2 = u_0 + 2 \times r = 5 + 2 \times 3 = 5 + 6 = 11$
$u_3 = u_0 + 3 \times r = 5 + 3 \times 3 = 5 + 9 = 14$

Exercice n°2 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $u_0 = -4$.
1) Exprimer u_n en fonction de n.
Avec la formule $u_n = u_0 + nr$ on a : $u_n = -4 + 2n$

2) Calculer u_{20}.
$u_{20} = -4 + 2 \times 20 = -4 + 40 = 36$

Exercice n°3 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = -2$ telle que $u_3 = 7$.
1) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
On utilise $u_n = u0 + nr$. Comme $u_3 = u0 + 3r$, on peut retrouver u_0 :
$u_0 = u_3 - 3r = 7 - 3 \times (-2) = 7 + 6 = 13$
Donc pour tout n :
$u_n = u_0 + nr = 13 + n \times (-2) = 13 - 2n$

2) Calculer u_{10}.
$u_{10} = 13 - 2 \times 10 = 13 - 20 = -7$

Exercice n°4 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = \frac{3}{2}$ telle que $u_4 = 9$.
Déterminer la valeur du premier terme u_0.
$u_4 = u_0 + 4r$
D'où $u_0 = u_4 - 4r = 9 - 4 \times \frac{3}{2} = 9 - \frac{12}{2} = \frac{18}{2} - \frac{12}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Exercice n°5 :
Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = 3$ et $u_1 = 7$.
Déterminer la valeur de la raison r.
La raison est la différence entre deux termes consécutifs :
$r = u_1 - u_0 = 7 - 3 = 4$

Exercice n°6 :
Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_2 = 4$ et $u_6 = -1$.
Déterminer la valeur de la raison r.
$r = \frac{u_6 - u_2}{6 - 2} = \frac{-1 - 4}{4} = \frac{-5}{4} = -1{,}25$

Exercice n°7 :
Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Justifier.
1) (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_{n-4}$.
On voit la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 4$.
Pour une suite arithmétique, on doit avoir $u_{n+1} = u_n + r$ pour une même constante r.

Ici la constante est -4 pour tout n.
Donc (u_n) est arithmétique de raison $r = -4$

2) (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = -n + 3$.
On peut la réécrire $v_n = 3 + n \times (-1)$
C'est de la forme $v_n = v_0 + nr$ avec $v_0 = 3$ et $r = -1$.
Donc (v_n) est arithmétique de raison $r = -1$.

3) (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = n^2 - 3$.
On a $w_n = n^2 - 3$
Calculons la différence entre termes consécutifs :
$w_{n+1} - w_n = (n+1)^2 - 3 - (n^2 - 3) = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$
Cette différence vaut $2n + 1$ qui dépend de n, elle n'est pas constante.
Par exemple pour $n = 0$ on obtient 1, pour $n = 1$ on obtient 3, ...
Donc : (w_n) n'est pas une suite arithmétique.

Exercice 8 :
On considère la suite (u_n) définie sur N par $u_n = (n+1)^2 - n^2$.
Montrer que la suite (u_n) est arithmétique.
$u_n = (n+1)^2 - n^2 = (n^2 + 2n + 1) - n^2 = 2n + 1$
On peut réécrire u_n sous la forme $u_n = 1 + 2n$.
Ceci est de la forme $u_n = u_0 + nr$ avec $u_0 = 1$ et $r = 2$.
Ainsi (u_n) est arithmétique de raison 2 (et $u_0 = 1$).

Exercice 9 :
Leïla avait 10 jeux vidéo en janvier 2019. Depuis février 2019, elle décide d'acheter 2 nouveaux jeux le premier jour de chaque mois.
On note u_n le nombre de jeux vidéo de Leïla en fin de mois, n mois après janvier 2019.
1) Déterminer la valeur de u_0.
u_0 correspond au nombre de jeux en fin de mois 0 mois après janvier, c'est-à-dire en fin de janvier 2019. Leïla avait 10 jeux en janvier, donc : $u_0 = 10$

2) Justifier que la suite (u_n) est arithmétique et déterminer sa raison.
Chaque mois (le premier jour du mois), à partir de février, elle ajoute 2 jeux.
Donc d'un mois sur l'autre le nombre de jeux augmente de 2.
Autrement dit, pour tout n, $u_{n+1} = u_n + 2$
Ceci montre que la différence entre deux termes consécutifs est constante égale à 2.
Donc (u_n) est arithmétique de raison $r = 2$.