



Résoudre une inéquation à l'aide d'une étude de signe

Exercice n°1 : 1) Étudier le signe de $(x + 1)(3x - 4)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2) En déduire les solutions de $(x + 1)(3x - 4) > 0$.

Exercice n°2 : Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

a) $x^2 - 4x < 0$

b) $-x^2 + 5x \geq 0$

c) $2(x + 2) - 3x(x + 2) > 0$

d) $x(5 - x) + 3(5 - x) \leq 0$

Exercice n°3 : Résoudre les inéquations suivantes.

$$\frac{2x + 3}{x - 1} \leq 0$$

$$\frac{-3x}{x + 5} \geq 0$$

Exercice n°4 : Résoudre les inéquations suivantes.

$$\frac{4x - 1}{x - 3} \geq 2$$

$$\frac{3x + 2}{2x - 5} < 1$$

Exercice n°5 : Résoudre les inéquations suivantes.

$$\frac{3}{3x - 4} \geq 5$$

$$\frac{3}{6x - 4} > \frac{1}{x}$$



Résoudre une inéquation à l'aide d'une étude de signe

Correction

Exercice n°1 : 1) Étudier le signe de $(x + 1)(3x - 4)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

$$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$$\text{et } 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$x + 1$	-	0	+	
$3x - 4$		-	0	+
$(x + 1)(3x - 4)$	+	0	-	0

2) En déduire les solutions de $(x + 1)(3x - 4) > 0$.

$$S =]-\infty; -1[\cup]\frac{4}{3}; +\infty[$$

Exercice n°2 : Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

a) $x^2 - 4x < 0$

$$x^2 - 4x = x(x - 4)$$

$$x = 0$$

$$\text{et } x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
x	-	0	+	
$x - 4$		-	0	+
$x^2 - 4x$	+	0	-	0

$$S =]0; 4[$$

b) $-x^2 + 5x \geq 0$

$$-x^2 + 5x = x(5 - x)$$

$$x = 0$$

$$\text{et } 5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$
x	-	0	+	
$5 - x$		-	0	+
$-x^2 + 5x$	+	0	-	0

$$S = [0; 5]$$

c) $2(x + 2) - 3x(x + 2) > 0$

$$2(x + 2) - 3x(x + 2) = (x + 2)(2 - 3x)$$

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$\text{et } 2 - 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

x	$-\infty$	-2	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$x + 2$		-	0	+
$2 - 3x$	+	0	-	
$2(x + 2) - 3x(x + 2)$	-	0	+	0

$$S =]-2; \frac{2}{3}[$$

d) $x(5 - x) + 3(5 - x) \leq 0$

$$x(5 - x) + 3(5 - x) = (5 - x)(x + 3)$$

$$5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$$\text{et } x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$
$5 - x$		+	\emptyset	-
$x + 3$	-	\emptyset	+	
$x(5 - x) + 3(5 - x)$	-	\emptyset	+	-

$$S =]-\infty; -3] \cup [5; +\infty[$$

Exercice n°3 : Résoudre les inéquations suivantes.

$$\frac{2x + 3}{x - 1} \leq 0$$

$$2x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Valeur interdite : $x - 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 1$$

Valeur interdite : 1

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	1	$+\infty$
$2x + 3$	-	\emptyset	+	
$x - 1$		-	\emptyset	+
$\frac{2x + 3}{x - 1}$	+	\emptyset	-	+

$$S = [-\frac{3}{2}; 1[$$

$$\frac{-3x}{x + 5} \geq 0$$

$$-3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Valeur interdite : $x + 5 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq -5$$

Valeur interdite : -5

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$
$-3x$		+	\emptyset	-
$x + 5$	-	\emptyset	+	
$\frac{-3x}{x + 5}$	-		+	-

$$S =]-5; 0]$$

Exercice n°4 : Résoudre les inéquations suivantes.

$$\frac{4x - 1}{x - 3} \geq 2$$

$$\frac{4x - 1}{x - 3} - 2 \geq 0$$

$$\frac{4x - 1}{x - 3} - \frac{2(x - 3)}{x - 3} \geq 0$$

$$\frac{4x - 1 - 2x + 6}{x - 3} \geq 0$$

$$\frac{2x + 5}{x - 3} \geq 0$$

$$2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$$

Valeur interdite : $x - 3 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 3$$

Valeur interdite : 3

$$\frac{3x + 2}{2x - 5} < 1$$

$$\frac{3x + 2}{2x - 5} - 1 < 0$$

$$\frac{3x + 2}{2x - 5} - \frac{(2x - 5)}{2x - 5} < 0$$

$$\frac{3x + 2 - 2x + 5}{2x - 5} < 0$$

$$\frac{x + 7}{2x - 5} < 0$$

$$x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -7$$

Valeur interdite : $2x - 5 \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x \neq 5$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{5}{2}$$

Valeur interdite : $\frac{5}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$2x + 5$	-	0	+	
$x - 3$		-	0	+
$\frac{2x + 5}{x - 3}$	+	0	-	+

$$S =]-\infty; -\frac{5}{2}] \cup]3; +\infty[$$

x	$-\infty$	-7	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$x + 7$	-	0	+	
$2x - 5$		-	0	+
$\frac{x + 7}{2x - 5}$	+	0	-	+

$$S =]-7; \frac{5}{2}[$$

Exercice n°5 : Résoudre les inéquations suivantes.

$$\frac{3}{3x - 4} \geq 5$$

$$\frac{3}{3x - 4} - 5 \geq 0$$

$$\frac{3}{3x - 4} - \frac{5(3x - 4)}{3x - 4} \geq 0$$

$$\frac{3 - 15x + 4}{3x - 4} \geq 0$$

$$\frac{-15x + 7}{3x - 4} \geq 0$$

$$-15x + 7 = 0 \Leftrightarrow 15x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{15}$$

Valeur interdite : $3x - 4 \neq 0$

$$\Leftrightarrow 3x \neq 4$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{4}{3}$$

Valeur interdite : $\frac{4}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{7}{15}$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$-15x + 7$	+	0	-	
$3x - 4$		-	0	+
$\frac{-15x + 7}{3x - 4}$	-	0	+	-

$$S = [\frac{7}{15}; \frac{4}{3}[$$

$$\frac{3}{6x - 4} > \frac{1}{x}$$

$$\frac{3}{6x - 4} - \frac{1}{x} > 0$$

$$\frac{3x}{x(6x - 4)} - \frac{(6x - 4)}{x(6x - 4)} \geq 0$$

$$\frac{3x - 6x + 4}{x(6x - 4)} \geq 0$$

$$\frac{-3x + 4}{x(6x - 4)} \geq 0$$

$$-3x + 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

Valeur interdite : $x(6x - 4) \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ et } 6x - 4 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ et } 6x \neq 4$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ et } x \neq \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Valeurs interdites : 0 et $\frac{2}{3}$

x	$-\infty \quad 0 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{4}{3} \quad +\infty$				
$-3x+4$	$\quad \quad \quad + \quad \quad \quad 0 \quad -$				
x	$- \quad 0 \quad \quad \quad +$				
$6x-4$	$\quad - \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad +$				
$\frac{-3x+4}{x(6x-4)}$	$+$	$-$	$+$	0	$-$

$$S =]-\infty; 0] \cup]\frac{2}{3}; \frac{4}{3}[$$