



## Reconnaître une équation cartésienne d'un cercle

**Exercice n°1 :** On considère l'ensemble des points vérifiant l'équation :

$$x^2 - 6x + y^2 - 4y = 5$$

Montrer que cet ensemble est un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

**Exercice n°2 :** On considère l'ensemble des points vérifiant l'équation :

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y - 3 = 0$$

Montrer que cet ensemble est un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

**Exercice n°3 :** Déterminer si l'ensemble des points du plan vérifiant :

$$x^2 + 4x + y^2 + 7 = 0$$

est un cercle ou pas.

**Exercice n°4 :** On donne une équation d'un cercle :

$$x^2 + 4x + y^2 - 2y - 3 = 0$$

Déterminer les coordonnées de son centre et son rayon.

**Exercice n°5 :** On donne une équation d'un cercle :

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y - 5 = 0$$

Déterminer les coordonnées de son centre et son rayon.

**Exercice n°6 :** On considère l'ensemble des points du plan vérifiant :

$$x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$$

- 1) Justifier que cet ensemble est l'équation d'un cercle.
- 2) Préciser les coordonnées de son centre et de son rayon.
- 3) Déterminer si les points  $M(2 ; 0)$  et  $N(-1 ; -3)$  appartiennent à ce cercle.



## Reconnaître une équation cartésienne d'un cercle

### Correction

**Exercice n°1 :** On considère l'ensemble des points vérifiant l'équation :

$$x^2 - 6x + y^2 - 4y = 5$$

Montrer que cet ensemble est un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

1) Regroupons les termes en x et en y :

$$(x^2 - 6x) + (y^2 - 4y) = 5$$

2) Complétons le carré pour x et y :

$$\begin{aligned}x^2 - 6x &= x^2 - 6x + 9 - 9 = (x - 3)^2 - 9 \\y^2 - 4y &= y^2 - 4y + 4 - 4 = (y - 2)^2 - 4\end{aligned}$$

3) Remplaçons dans l'équation :

$$(x - 3)^2 - 9 + (y - 2)^2 - 4 = 5 \Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 18$$

4) **Réponse :** centre : C(3 ; 2), rayon :  $R = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

**Exercice n°2 :** On considère l'ensemble des points vérifiant l'équation :

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y - 3 = 0$$

Montrer que cet ensemble est un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

1) Regroupons les termes :

$$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = 3$$

2) Complétons le carré pour x et y :

$$\begin{aligned}x^2 + 2x &= (x + 1)^2 - 1 \\y^2 - 6y &= (y - 3)^2 - 9\end{aligned}$$

3) Remplaçons dans l'équation :

$$(x + 1)^2 - 1 + (y - 3)^2 - 9 = 3 \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

4) **Réponse :** centre : C(- 1 ; 3), rayon :  $R = \sqrt{13}$

**Exercice n°3 :** Déterminer si l'ensemble des points du plan vérifiant :

$$x^2 + 4x + y^2 + 7 = 0$$

est un cercle ou pas.

1) Regroupons les termes :

$$x^2 + 4x + y^2 = - 7$$

2) Complétons le carré pour x :

$$x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4$$

3) Remplaçons dans l'équation :

$$(x + 2)^2 - 4 + y^2 = - 7 \Rightarrow (x + 2)^2 + y^2 = - 3$$

4) Comme le côté droit est négatif ( $-3$ ), **il n'existe pas de points réels**. Donc ce n'est **pas un cercle**.

**Exercice n°4 :** On donne une équation d'un cercle :

$$x^2 + 4x + y^2 - 2y - 3 = 0$$

Déterminer les coordonnées de son centre et son rayon.

1) Regroupons les termes :

$$(x^2 + 4x) + (y^2 - 2y) = 3$$

2) Complétons les carrés :

$$x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4$$

$$y^2 - 2y = (y - 1)^2 - 1$$

3) Remplaçons dans l'équation :

$$(x + 2)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 3 \Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$$

4) **Réponse :** Centre :  $C(-2 ; 1)$ , rayon :  $R = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

**Exercice n°5 :** On donne une équation d'un cercle :

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y - 5 = 0$$

Déterminer les coordonnées de son centre et son rayon.

1) Regroupons les termes :

$$(x^2 - 2x) + (y^2 + 4y) = 5$$

2) Complétons les carrés :

$$x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$$

$$y^2 + 4y = (y + 2)^2 - 4$$

3) Remplaçons dans l'équation :

$$(x - 1)^2 - 1 + (y + 2)^2 - 4 = 5 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 10$$

4) **Réponse :** Centre :  $C(1 ; -2)$ , rayon :  $R = \sqrt{10}$

**Exercice n°6 :** On considère l'ensemble des points du plan vérifiant :

$$x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$$

1) Justifier que cet ensemble est l'équation d'un cercle.

Complétons le carré pour y :

$$y^2 + 4y = (y + 2)^2 - 4$$

$$x^2 + (y + 2)^2 - 4 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + (y + 2)^2 = 9$$

2) Préciser les coordonnées de son centre et de son rayon.

**Centre :**  $C(0 ; -2)$ , **rayon :**  $R = 3$ .

3) Déterminer si les points  $M(2 ; 0)$  et  $N(-1 ; -3)$  appartiennent à ce cercle.

$$M(2 ; 0) : 2^2 + (0 + 2)^2 = 4 + 4 = 8 \neq 9 \Rightarrow M \notin C$$

$$N(-1 ; -3) : (-1)^2 + (-3 + 2)^2 = 1 + 1 = 2 \neq 9 \Rightarrow N \notin C$$