



Propriétés de la fonction exponentielle

Rappels : $e^0=1$ et $e^1=e$

Pour tous réels a et b strictement positifs, on a les égalités suivantes :

$$e^{a+b}=e^a \times e^b$$

$$e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b}$$

$$e^{-a}=\frac{1}{e^a}$$

$$e^{ab}=(e^a)^b$$

Exercice : Simplifier les expressions suivantes à l'aide des propriétés ci-dessus.

$e^{2x} \times e^{-3x} =$	$\frac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} =$	$e^{3x} \times e^{2x-1} =$
$e^{(x+2)^2} \div e^{x^2} =$	$e^{2x} \times e^3 \times e^{-x} =$	$e^{4x} \times e^{-(2x+1)} =$
$e^{2x} \times e^{x-4} =$	$e^{3(x-1)} \times e^{2x} =$	$\frac{e^{2x-3}}{e^{-x+1}} =$
$e^3 \times e^4 =$	$\frac{e^{-5}}{e^2} =$	$\frac{e^{5x+7} \times e^{-x-3}}{e^{2x+3}} =$
$e^{2a} \times e^{-(a+3)} =$	$e^{(3x+2)^2} =$	$e^{2(x-1)} \times e^{3x} =$
$\frac{e^{x-7}}{e^{2x}} \times \frac{e^{3x+5}}{e^{-2x+1}} =$	$\frac{1}{e^{-1}} =$	$e^{2x+1} \times e^{-2x+5} =$
$\frac{e^{(-5)^2}}{e^2 \times e^{-6}} =$	$\frac{e^{3(x-3)}}{e^{2x-2}} =$	$e^{t+4} \times e^{2-t} \times e^{-2} =$
$\frac{e^{4x+3}}{e^{3(x-2)} \times e^{-2x-1}} =$	$e^{(x+2)^2} \times e^{-(x+3)^2} =$	$e^{(x-2)^2} \div e^{(2-x)^2} =$
$e^{-(2x+2)} \times e^{x-4} =$	$e^{2t} \times e^{t+1} \times e^{-2t} =$	



Propriétés de la fonction exponentielle

Correction

Exercice : Simplifier les expressions suivantes à l'aide des propriétés ci-dessus.

$e^{2x} \times e^{-3x} = e^{2x + (-3x)} = e^{-x}$	$\frac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e^{(2x+1) - (x-3)}$ $= e^{2x+1-x+3}$ $= e^{x+4}$	$e^{3x} \times e^{2x-1} = e^{3x+2x-1} = e^{5x-1}$
$e^{(x+2)^2} \div e^{x^2} = e^{(x+2)^2 - x^2}$ $= e^{x^2 + 4x + 4 - x^2}$ $= e^{4x+4}$ $= e^{4(x+1)}$	$e^{2x} \times e^3 \times e^{-x} = e^{2x+3-x}$ $= e^{x+3}$	$e^{4x} \times e^{-(2x+1)} = e^{4x-(2x+1)}$ $= e^{4x-2x-1}$ $= e^{2x-1}$
$e^{2x} \times e^{x-4} = e^{2x+x-4}$ $= e^{3x-4}$	$e^{3(x-1)} \times e^{2x} = e^{3x-3} \times e^{2x}$ $= e^{3x-3+2x}$ $= e^{5x-3}$	$\frac{e^{2x-3}}{e^{-x+1}} = e^{(2x-3) - (-x+1)}$ $= e^{2x-3+x-1}$ $= e^{3x-4}$
$e^3 \times e^4 = e^{3+4} = e^7$	$\frac{e^{-5}}{e^2} = e^{-5-2} = e^{-7}$	$\frac{e^{5x+7} \times e^{-x-3}}{e^{2x+3}} = \frac{e^{5x+7-x-3}}{e^{2x+3}}$ $= \frac{e^{4x+4}}{e^{2x+3}}$ $= e^{(4x+4) - (2x+3)}$ $= e^{2x+1}$
$e^{2a} \times e^{-(a+3)} = e^{2a-a-3} = e^{a-3}$	$e^{(3x+2)^2} = e^{9x^2+12x+4}$ Cependant, la forme compacte $e^{(3x+2)^2}$ est acceptable si aucune simplification supplémentaire n'est demandée.	$e^{2(x-1)} \times e^{3x} = e^{2x-2} \times e^{3x}$ $= e^{2x-2+3x}$ $= e^{5x-2}$
$\frac{e^{x-7}}{e^{2x}} \times \frac{e^{3x+5}}{e^{-2x+1}}$ $= e^{(x-7)-2x} \times e^{(3x+5)-(-2x+1)}$ $= e^{x-7-2x} \times e^{3x+5+2x-1}$ $= e^{-x-7} \times e^{5x+4}$ $= e^{(-x-7)+(5x+4)}$ $= e^{-x-7+5x+4}$ $= e^{4x-3}$	$\frac{1}{e^{-1}} = e^{-(-1)} = e^1 = e$	$e^{2x+1} \times e^{-2x+5} = e^{(2x+1)+(-2x+5)}$ $= e^{2x+1-2x+5}$ $= e^6$

$$\frac{e^{(-5)^2}}{e^2 \times e^{-6}}$$

$$= \frac{e^{25}}{e^{2+(-6)}}$$

$$= \frac{e^{25}}{e^{2-6}}$$

$$= \frac{e^{25}}{e^{-4}}$$

$$= e^{25-(-4)}$$

$$= e^{25+4}$$

$$= e^{29}$$

$$\frac{e^{3(x-3)}}{e^{2x-2}} = e^{(3x-9)-(2x-2)}$$

$$= e^{3x-9-2x+2}$$

$$= e^{x-7}$$

$$e^{t+4} \times e^{2-t} \times e^{-2}$$

$$= e^{(t+4)+(2-t)+(-2)}$$

$$= e^{t+4+2-t-2}$$

$$= e^4$$

$$\frac{e^{4x+3}}{e^{3(x-2)} \times e^{-2x-1}}$$

$$= \frac{e^{4x+3}}{e^{3x-6} \times e^{-2x-1}}$$

$$= \frac{e^{4x+3}}{e^{3x-6-2x-1}}$$

$$= \frac{e^{4x+3}}{e^{x-7}}$$

$$= e^{4x+3-(x-7)}$$

$$= e^{4x+3-x+7}$$

$$= e^{3x+10}$$

$$e^{(x+2)^2} \times e^{-(x+3)^2} = e^{(x+2)^2 - (x+3)^2}$$

$$= e^{x^2+4x+4-(x^2+6x+9)}$$

$$= e^{x^2+4x+4-x^2-6x-9}$$

$$= e^{-2x-5}$$

$$e^{(x-2)^2} \div e^{(2-x)^2}$$

$$= e^{(x-2)^2 - (x-2)^2}$$

$$= e^0$$

$$= 1$$

$$e^{-(2x+2)} \times e^{x-4}$$

$$= e^{-2x-2+x-4}$$

$$= e^{-x-6}$$

$$e^{2t} \times e^{t+1} \times e^{-2t}$$

$$= e^{2t+(t+1)+(-2t)}$$

$$= e^{t+1}$$