



## Déterminer le signe d'un produit

**Exercice n°1 :** On considère l'expression

$$A(x) = \frac{2x - 5}{x + 3}$$

- 1) Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle  $A(x)$  n'est pas définie.
- 2) Établir le tableau de signes de  $A(x)$  en indiquant la valeur interdite de  $A(x)$ .

**Exercice n°2 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{-3x + 6}{x - 4}$$

$$||$$

$$\frac{2x - 2}{4 + x}$$

**Exercice n°3 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{x^2 - 9}{2x + 1}$$

$$||$$

$$\frac{7x - 14}{3x + 6}$$

**Exercice n°4 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{4 - x}{x^2 - 1}$$

$$||$$

$$\frac{x}{-5x - 10}$$

**Exercice n°5 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{2(x - 1)}{x^2}$$

$$||$$

$$\frac{(x + 2)(x - 5)}{x + 4}$$

**Exercice n°6 :** Soit  $f$  définie par,

$$f(x) = \frac{3}{x + 3} + \frac{5}{x}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2) Écrire sous la forme d'une seule fraction puis étudier le signe de la fonction  $f$  sur son ensemble de définition.

**Exercice n°7 :** Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible, puis étudier le signe des expressions obtenues.

$$\frac{2}{x + 1} + \frac{1}{x - 3}$$

$$||$$

$$\frac{7}{2x + 1} + 2$$

**Exercice n°8 :** Établir le tableau de signes des expressions suivantes.

$$\frac{-12x + 10}{x^2 - 2}$$

$$||$$

$$\frac{x}{(x - 5)(7x - 4)}$$



## Déterminer le signe d'un produit

### Correction

**Exercice n°1 :** On considère l'expression

$$A(x) = \frac{2x-5}{x+3}$$

1) Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle  $A(x)$  n'est pas définie.

$$x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$$

$A(x)$  n'est pas définie en  $-3$ .

$-3$  est donc une valeur interdite.

2) Établir le tableau de signes de  $A(x)$  en indiquant la valeur interdite de  $A(x)$ .

$$2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = 2,5$$

$x$	$-\infty$	$-3$	$2,5$	$+\infty$
$2x - 5$		$-$	$\emptyset$	$+$
$x + 3$	$-$	$\emptyset$	$+$	
$\frac{2x-5}{x+3}$	$+$	$-$	$\emptyset$	$+$

**Exercice n°2 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{-3x+6}{x-4}$$

$$-3x + 6 = 0 \Leftrightarrow -3x = -6 \Leftrightarrow x = 2$$

**Valeur interdite :**  $x - 4 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 4$$

**Valeur interdite :**  $4$

$x$	$-\infty$	$2$	$4$	$+\infty$
$-3x + 6$	$+$	$\emptyset$	$-$	
$x - 4$		$-$	$\emptyset$	$+$
$\frac{-3x+6}{x-4}$	$-$	$\emptyset$	$+$	$-$

$$\frac{2x-2}{4+x}$$

$$2x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$$

**Valeur interdite :**  $4 + x \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq -4$$

**Valeur interdite :**  $-4$

$x$	$-\infty$	$-4$	$1$	$+\infty$
$2x - 2$		$-$	$\emptyset$	$+$
$4 + x$	$-$	$\emptyset$	$+$	
$\frac{2x-2}{4+x}$	$+$	$-$	$\emptyset$	$+$

**Exercice n°3 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{x^2-9}{2x+1}$$

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } 3$$

**Valeur interdite :**  $2x + 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow x \neq -0,5$$

**Valeur interdite :**  $-0,5$

$x$	$-\infty$	$-3$	$-0,5$	$3$	$+\infty$
$x^2 - 9$	$+$	$\emptyset$	$-$	$\emptyset$	$+$
$2x + 1$		$-$	$\emptyset$	$+$	
$\frac{x^2-9}{2x+1}$	$-$	$\emptyset$	$+$	$-$	$+$

$$\frac{7x-14}{3x+6}$$

$$7x - 14 = 0 \Leftrightarrow 7x = 14 \Leftrightarrow x = 2$$

**Valeur interdite :**  $3x + 6$

$$\Leftrightarrow 3x \neq -6$$

$$\Leftrightarrow x \neq -2$$

**Valeur interdite :**  $-2$

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
$7x - 14$		$-$	$\emptyset$	$+$
$3x + 6$	$-$	$\emptyset$	$+$	
$\frac{7x-14}{3x+6}$	$+$	$-$	$\emptyset$	$+$

**Exercice n°4 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{4-x}{x^2-1}$$

$$4-x=0 \Leftrightarrow x=4$$

**Valeurs interdites :**  $x^2-1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x^2 \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x \neq -1 \text{ ou } 1$$

**Valeurs interdites :** -1 et 1

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
4-x			+	0	-
$x^2-1$	+	0	-	0	+
$\frac{4-x}{x^2-1}$	+	-	+	0	-

$$\frac{x}{-5x-10}$$

$$x=0$$

**Valeur interdite :**  $-5x-10 \neq 0$

$$\Leftrightarrow -5x \neq 10$$

$$\Leftrightarrow x \neq -2$$

**Valeur interdite :** -2

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
x		-	0	+
-5x-10	+	0	-	
$\frac{x}{-5x-10}$	-	+	0	-

**Exercice n°5 :** Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{2(x-1)}{x^2}$$

$$2(x-1)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

**Valeur interdite :**  $x^2 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 0$$

**Valeur interdite :** 0

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
2(x-1)		-	0	+
$x^2$	-	0	+	
$\frac{2(x-1)}{x^2}$	+	-	0	+

$$\frac{(x+2)(x-5)}{x+4}$$

$$(x+2)(x-5)=0 \Leftrightarrow x+2=0 \text{ ou } x-5=0$$

$$\Leftrightarrow x=-2 \text{ ou } x=5$$

**Valeur interdite :**  $x+4 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq -4$$

**Valeur interdite :** -4

x	$-\infty$	-4	-2	5	$+\infty$
(x+2)		-	0	+	
(x-5)		-		0	+
x+4	-	0		+	
$\frac{(x+2)(x-5)}{x+4}$	-	+	0	-	+

**Exercice n°6 :** Soit f définie par,

$$f(x) = \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

$$x+3 \neq 0 \text{ et } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq -3 \text{ et } x \neq 0$$

**Ensemble de définition**  $\mathbb{R}/\{-3; 0\}$ .

2) Écrire sous la forme d'une seule fraction puis étudier le signe de la fonction f sur son ensemble de définition.

$$f(x) = \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x}$$

$$f(x) = \frac{3 \times x}{(x+3) \times x} + \frac{5(x+3)}{x(x+3)}$$

$$f(x) = \frac{3x + 5(x+3)}{(x+3) \times x}$$

$$f(x) = \frac{3x + 5x + 15}{x(x+3)}$$

$$f(x) = \frac{8x + 15}{x(x+3)}$$

$$8x + 15 = 0 \Leftrightarrow 8x = -15 \Leftrightarrow x = -\frac{15}{8}$$

x	$-\infty$	-3	$-\frac{15}{8}$	0	$+\infty$
8x + 15		-	0	+	
x		-	0	+	
x + 3		-	0	+	
$\frac{8x + 15}{x(x + 3)}$	-	+	0	-	+

**Exercice n°7 :** Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible, puis étudier le signe des expressions obtenues.

$$\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{2(x-3)}{(x+1)(x-3)} + \frac{1(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$\frac{2x-6+x+1}{(x+1)(x-3)}$$

$$\frac{3x-5}{(x+1)(x-3)}$$

$$3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

**Valeurs interdites :**  $x + 1 \neq 0$  et  $x - 3 \neq 0$   
 $\Leftrightarrow x \neq -1$  et  $x \neq 3$

**Valeurs interdites :** -1 et 3

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{3}$	3	$+\infty$
3x - 5		-	0	+	
x + 1		-	0	+	
x - 3		-	0	+	
$\frac{3x - 5}{(x + 1)(x - 3)}$	-	+	0	-	+

$$\frac{7}{2x+1} + 2$$

$$\frac{7}{2x+1} + \frac{2(2x+1)}{2x+1}$$

$$\frac{7 + 4x + 2}{2x + 1}$$

$$\frac{4x + 9}{2x + 1}$$

$$4x + 9 = 0 \Leftrightarrow 4x = -9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{4}$$

**Valeur interdite :**  $2x + 1 \neq 0$   
 $\Leftrightarrow 2x \neq -1$   
 $\Leftrightarrow x \neq -\frac{1}{2}$

**Valeur interdite :**  $-\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
4x + 9		-	0	+
2x + 1		-	0	+
$\frac{4x + 9}{2x + 1}$	+	0	-	+

**Exercice n°8 :** Établir le tableau de signes des expressions suivantes.

$$\frac{-12x + 10}{x^2 - 2}$$

$$-12x + 10 = 0 \Leftrightarrow 12x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

**Valeurs interdites :**  $x^2 - 2 \neq 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 \neq 2$

$\Leftrightarrow x \neq -\sqrt{2}$  ou  $x \neq \sqrt{2}$

**Valeurs interdites :**  $-\sqrt{2}$  et  $\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\frac{5}{6}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
-12x + 10		+	0	-	
$x^2 - 2$	+		-		+
$\frac{-12x + 10}{x^2 - 2}$	+	-	0	+	-

$$\frac{x}{(x-5)(7x-4)}$$

$$x = 0$$

**Valeurs interdites :**  $(x-5)(7x-4) = 0$

$\Leftrightarrow x - 5 = 0$  ou  $7x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 5$  ou  $x = \frac{4}{7}$

**Valeurs interdites :** 5 et  $\frac{4}{7}$

x	$-\infty$	0	$\frac{4}{7}$	5	$+\infty$
x		-	0	+	
x - 5		-	0	+	
7x - 4		-	0	+	
$\frac{x}{(x-5)(7x-4)}$	-	0	+	-	+

