



Déterminer le signe d'un produit

Exercice n°1 : On considère l'expression

$$A(x) = \frac{2x - 5}{x + 3}$$

- 1) Déterminer la valeur de x pour laquelle $A(x)$ n'est pas définie.
- 2) Établir le tableau de signes de $A(x)$ en indiquant la valeur interdite de $A(x)$.

Exercice n°2 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\begin{array}{c|c} \frac{-3x + 6}{x - 4} & \parallel & \frac{2x - 2}{4 + x} \end{array}$$

Exercice n°3 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\begin{array}{c|c} \frac{x^2 - 9}{2x + 1} & \parallel & \frac{7x - 14}{3x + 6} \end{array}$$

Exercice n°4 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\begin{array}{c|c} \frac{4 - x}{x^2 - 1} & \parallel & \frac{x}{-5x - 10} \end{array}$$

Exercice n°5 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\begin{array}{c|c} \frac{2(x - 1)}{x^2} & \parallel & \frac{(x + 2)(x - 5)}{x + 4} \end{array}$$

Exercice n°6 : Soit f définie par,

$$f(x) = \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Écrire sous la forme d'une seule fraction puis étudier le signe de la fonction f sur son ensemble de définition.

Exercice n°7 : Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible, puis étudier le signe des expressions obtenues.

$$\begin{array}{c|c} \frac{2}{x + 1} + \frac{1}{x - 3} & \parallel & \frac{7}{2x + 1} + 2 \end{array}$$

Exercice n°8 : Établir le tableau de signes des expressions suivantes.

$$\begin{array}{c|c} \frac{-12x + 10}{x^2 - 2} & \parallel & \frac{x}{(x - 5)(7x - 4)} \end{array}$$



Déterminer le signe d'un produit

Correction

Exercice n°1 : On considère l'expression

$$A(x) = \frac{2x - 5}{x + 3}$$

1) Déterminer la valeur de x pour laquelle $A(x)$ n'est pas définie.

$$x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$$

$A(x)$ n'est pas définie en -3 .

-3 est donc une valeur interdite.

2) Établir le tableau de signes de $A(x)$ en indiquant la valeur interdite de $A(x)$.

$$2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = 2,5$$

x	$-\infty$	-3	$2,5$	$+\infty$
$2x - 5$		-	0	+
$x + 3$	-	0	+	
$\frac{2x - 5}{x + 3}$	+		0	+
		-		

Exercice n°2 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{-3x + 6}{x - 4}$$

$$-3x + 6 = 0 \Leftrightarrow -3x = -6 \Leftrightarrow x = 2$$

Valeur interdite : $x - 4 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 4$$

Valeur interdite : 4

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$-3x + 6$	+	0	-	
$x - 4$		-	0	+
$\frac{-3x + 6}{x - 4}$	-	0	+	-

$$\frac{2x - 2}{4 + x}$$

$$2x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$$

Valeur interdite : $4 + x \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq -4$$

Valeur interdite : -4

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$2x - 2$		-	0	+
$4 + x$	-	0	+	
$\frac{2x - 2}{4 + x}$	+		0	+

Exercice n°3 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{x^2 - 9}{2x + 1}$$

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } 3$$

Valeur interdite : $2x + 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow x \neq -0,5$$

Valeur interdite : -0,5

x	$-\infty$	-3	-0,5	3	$+\infty$
$x^2 - 9$	+	0	-	0	+
$2x + 1$		-	0	+	
$\frac{x^2 - 9}{2x + 1}$	-	0	+	-	0

$$\frac{7x - 14}{3x + 6}$$

$$7x - 14 = 0 \Leftrightarrow 7x = 14 \Leftrightarrow x = 2$$

Valeur interdite : $3x + 6$

$$\Leftrightarrow 3x \neq -6$$

$$\Leftrightarrow x \neq -2$$

Valeur interdite : -2

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$7x - 14$		-	0	+
$3x + 6$	-	0	+	
$\frac{7x - 14}{3x + 6}$	+		0	+

Exercice n°4 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{4-x}{x^2-1}$$

$$4-x=0 \Leftrightarrow x=4$$

Valeurs interdites : $x^2 - 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x^2 \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x \neq -1 \text{ ou } 1$$

Valeurs interdites : -1 et 1

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$4-x$		+		0	-
x^2-1	+	0	-	0	+
$\frac{4-x}{x^2-1}$	+	-		0	-

$$\frac{x}{-5x-10}$$

$$x=0$$

Valeur interdite : $-5x-10 \neq 0$

$$\Leftrightarrow -5x \neq 10$$

$$\Leftrightarrow x \neq -2$$

Valeur interdite : -2

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
x		-	0	+
$-5x-10$	+	0		-
$\frac{x}{-5x-10}$	-		+	0

Exercice n°5 : Etudier le signe des expressions suivantes.

$$\frac{2(x-1)}{x^2}$$

$$2(x-1)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Valeur interdite : $x^2 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 0$$

Valeur interdite : 0

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$2(x-1)$	-	0	+	
x^2	-	0	+	
$\frac{x}{-5x-10}$	+		0	+

$$\frac{(x+2)(x-5)}{x+4}$$

$$(x+2)(x-5)=0 \Leftrightarrow x+2=0 \text{ ou } x-5=0$$

$$\Leftrightarrow x=-2 \text{ ou } x=5$$

Valeur interdite : $x+4 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq -4$$

Valeur interdite : -4

x	$-\infty$	-4	-2	5	$+\infty$
(x+2)	-	0	+		
(x-5)		-	0	+	
x+4	-	0	+		
$\frac{(x+2)(x-5)}{x+4}$	-		+	0	+

Exercice n°6 : Soit f définie par,

$$f(x) = \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

$$x+3 \neq 0 \text{ et } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq -3 \text{ et } x \neq 0$$

Ensemble de définition $\mathbb{R}/\{-3 ; 0\}$.

2) Écrire sous la forme d'une seule fraction puis étudier le signe de la fonction f sur son ensemble de définition.

$$f(x) = \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x}$$

$$f(x) = \frac{3 \times x}{(x+3) \times x} + \frac{5(x+3)}{x(x+3)}$$

$$f(x) = \frac{3x + 5(x+3)}{(x+3) \times x}$$

$$f(x) = \frac{3x + 5x + 15}{x(x+3)}$$

$$f(x) = \frac{8x + 15}{x(x+3)}$$

$$8x + 15 = 0 \Leftrightarrow 8x = -15 \Leftrightarrow x = -\frac{15}{8}$$

x	-∞	-3	$\frac{-15}{8}$	0	+∞
$8x + 15$	-	0	+		
x		-	0	+	
$x + 3$	-	0	+		
$\frac{8x + 15}{x(x + 3)}$	-	+	0	-	+

Exercice n°7 : Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible, puis étudier le signe des expressions obtenues.

$$\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{2(x-3)}{(x+1)(x-3)} + \frac{1(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$\frac{2x-6+x+1}{(x+1)(x-3)}$$

$$\frac{3x-5}{(x+1)(x-3)}$$

$$3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

Valeurs interdites : $x + 1 \neq 0$ et $x - 3 \neq 0$
 $\Leftrightarrow x \neq -1$ et $x \neq 3$

Valeurs interdites : -1 et 3

x	-∞	-1	$\frac{5}{3}$	3	+∞
$3x - 5$	-	0	+		
$x + 1$	-	0	+		
$x - 3$	-	-	0	+	
$\frac{3x - 5}{(x+1)(x-3)}$	-	+	0	-	+

$$\frac{7}{2x+1} + 2$$

$$\frac{7}{2x+1} + \frac{2(2x+1)}{2x+1}$$

$$\frac{7 + 4x + 2}{2x+1}$$

$$\frac{4x + 9}{2x+1}$$

$$4x + 9 = 0 \Leftrightarrow 4x = -9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{4}$$

Valeur interdite : $2x + 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow x \neq -\frac{1}{2}$$

Valeur interdite : $\frac{-1}{2}$

x	-∞	$\frac{-9}{4}$	$\frac{-1}{2}$	+∞
$4x + 9$	-	0	+	
$2x + 1$	-	-	0	+
$\frac{4x + 9}{2x+1}$	+	0	-	+

Exercice n°8 : Établir le tableau de signes des expressions suivantes.

$$\frac{-12x + 10}{x^2 - 2}$$

$$-12x + 10 = 0 \Leftrightarrow 12x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Valeurs interdites : $x^2 - 2 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x^2 \neq 2$$

$$\Leftrightarrow x \neq -\sqrt{2} \text{ ou } x \neq \sqrt{2}$$

Valeurs interdites : $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$

x	-∞	$-\sqrt{2}$	$\frac{5}{6}$	$\sqrt{2}$	+∞
$-12x + 10$	+	0	-		
$x^2 - 2$	+	-		+	
$\frac{-12x + 10}{x^2 - 2}$	+	-	0	+	-

$$\frac{x}{(x-5)(7x-4)}$$

$$x = 0$$

Valeurs interdites : $(x-5)(7x-4) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 0 \text{ ou } 7x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = \frac{4}{7}$$

Valeurs interdites : 5 et $\frac{4}{7}$

x	-∞	0	$\frac{4}{7}$	5	+∞
x	-	0		+	
$x - 5$	-	-		0	+
$7x - 4$	-	-	0	+	
$\frac{x}{(x-5)(7x-4)}$	-	0	+	-	+

