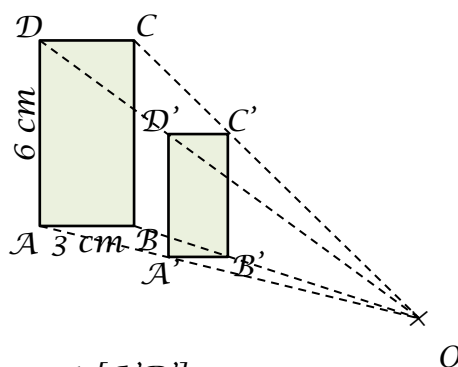




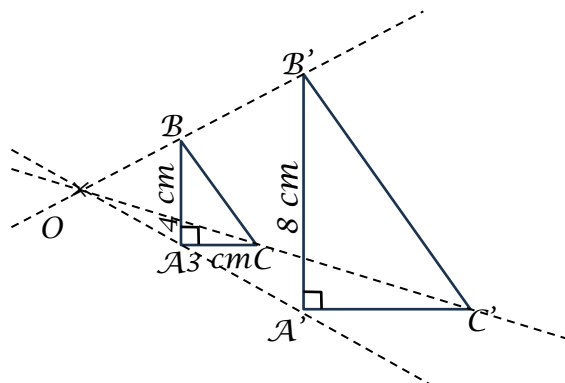
Propriétés de l'homothétie

Exercice n°1 : On a construit $A'B'C'D'$ l'image du rectangle $ABCD$ par l'homothétie de centre O de rapport $\frac{2}{3}$.



- 1) Calculer la longueur du segment $[A'D']$.
- 2) Donner la mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$. Justifier.
- 3) Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.
- 4) Déterminer l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ en justifiant les calculs.

Exercice n°2 : Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O de rapport 2.



- 1) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$. On arrondira au degré près.
- 2) Calculer la mesure du segment $[A'C']$.

Exercice n°3 : Voici les images des points d'une figure par homothétie de rapport 4.

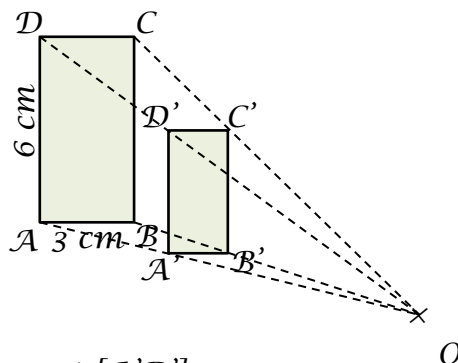
Point	Z	O	M	B	I	S	E	R
Image	Y	A	C	T	I	L	U	P

- 1) Quel est le centre de l'homothétie ?
- 2) Sachant que IS vaut 3 cm, que vaut IL ?
- 3) On sait que $\widehat{MBI} = 75^\circ$. En déduire la mesure d'un autre angle.
- 4) Le polygone ZOMBISTER a pour aire $14,5 \text{ cm}^2$.
Calculer l'aire de du polygone YACTILUP image du polygone ZOMBISTER.



Correction

Exercice n°1 : On a construit $A'B'C'D'$ l'image du rectangle $ABCD$ par l'homothétie de centre O de rapport $\frac{2}{3}$.



1) Calculer la longueur du segment $[A'D']$.

$[A'D']$ est l'image du segment $[AD]$ par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{2}{3}$.

Donc $A'D' = \frac{2}{3} \times AD = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \text{ cm}$.

Le segment $[A'D']$ mesure 4 cm.

2) Donner la mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$. Justifier.

L'angle $\widehat{A'B'C'}$ est l'image de l'angle \widehat{ABC} par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{2}{3}$.

Or l'homothétie conserve la mesure des angles.

Donc $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 90^\circ$.

L'angle $\widehat{A'B'C'}$ mesure 90° .

3) Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

$\text{Aire}(ABCD) = AD \times AB = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$.

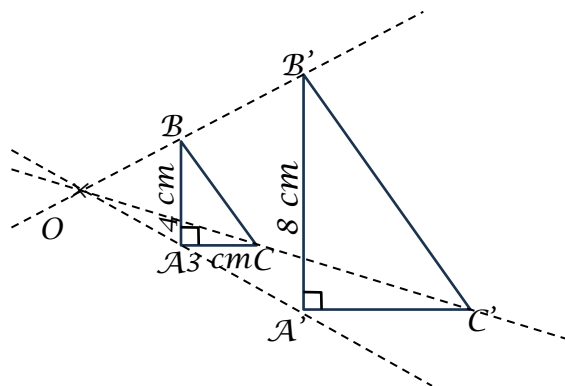
4) Déterminer l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ en justifiant les calculs.

$\text{Aire}(A'B'C'D') = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \text{Aire}(ABCD)$

$$= \frac{4}{9} \times 18$$

$$= 8 \text{ cm}^2$$

Exercice n°2 : Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O de rapport 2.



1) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$. On arrondira au degré près.

Calculons d'abord la mesure de l'angle \widehat{ABC} .

Dans le triangle BAC rectangle en A, on a :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{3}{4}$$

$$\widehat{ABC} = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36,9^\circ$$

Déterminons maintenant la mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$.

L'angle $\widehat{A'B'C'}$ est l'image de l'angle \widehat{ABC} par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

Or l'homothétie conserve la mesure des angles.

Donc $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 36,9^\circ$.

L'angle $\widehat{A'B'C'}$ mesure $36,9^\circ$.

2) Calculer la mesure du segment $[A'C']$.

$[A'C']$ est l'image du segment $[AC]$ par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

Donc $A'C' = 2 \times AC = 2 \times 3 = 6$ cm.

Le segment $[A'C']$ mesure 6 cm.

Exercice n°3 : Voici les images des points d'une figure par homothétie de rapport 4.

Point	Z	O	M	B	I	S	E	R
Image	y	A	C	T	I	L	U	P

1) Quel est le centre de l'homothétie ? Le centre de cette homothétie est le point I car il est invariable.

2) Sachant que IS vaut 3 cm, que vaut IL ?

$[IL]$ est l'image de $[IS]$ par l'homothétie de rapport 4.

Donc : $IL = 4 \times IS = 4 \times 3 = 12$ cm.

Le segment $[IL]$ mesure 12 cm.

3) On sait que $\widehat{MBI} = 75^\circ$. En déduire la mesure d'un autre angle.

L'angle \widehat{CTI} est l'image de l'angle \widehat{MBI} par l'homothétie de centre O et de rapport 4.

Or l'homothétie conserve la mesure des angles.

Donc : $\widehat{CTI} = \widehat{MBI} = 75^\circ$.

L'angle \widehat{CTI} mesure 75° .

4) Le polygone ZOMBISER a pour aire $14,5$ cm².

Calculer l'aire de du polygone YACTILUP image du polygone ZOMBISER.

$Aire(YACTILUP) = 4^2 \times Aire(ZOMBISER)$

$$= 16 \times 14,5$$

$$= 232 \text{ cm}^2$$

L'aire du polygone YACTILUP est de 232 cm².