# Calcul littéral

## I] Réduction :

### 1) Réduction d'une expression sans parenthèses :

**Définition : Réduire une expression**, c'est rassembler puis compter ensemble les termes de « même famille ».

**Exemple :** $A = 5 + x^2 + 2x - 2 + 3x^2 - x - 7 + 5x^2 + 10x^2$.
Cette expression algébrique comporte 3 sortes de termes :

- des termes en « $x^2$ » : $+ x^2 + 3x^2 + 5x^2 + 10x^2$
- des termes en « $x$ » : $+ 2x - x$
- des termes numériques constants : $+ 5 - 2 - 7$

Réduire l'expression suivante :

$$A = 5 + x^2 + 2x - 2 + 3x^2 - x - 7 + 5x^2 + 10x^2$$

**Etape n°1 :** On regroupe ensemble les termes de même famille.

| Famille des « $x^2$ » | Famille des « $x$ » | Famille des sans « $x$ » |
|---|---|---|

$$A = \underline{x^2 + 3x^2 + 5x^2 + 10x^2}\ \underline{+ 2x - x}\ \underline{+ 5 - 2 - 7}$$

**Etape n°2 :** On calcule les termes de la même famille.

$$A = 19x^2 + x - 4$$

### 2) Réduction d'une expression avec parenthèses :

**Méthodologie :** Pour supprimer les parenthèses **précédées du signe +**,
=> On supprime les parenthèses **ainsi** que le signe + précédant les parenthèses.
=> On réécrit l'expression qui était entre parenthèses en **conservant les mêmes signes**.

**Exemple :**
$A = 3x + (+ 4x - 7)$
$A = 3x \quad + 4x - 7$ → On supprime les parenthèses **sans changer les signes** à l'intérieur.
$A = 7x - 7$ → On réduit l'expression littérale.

**Méthodologie :** Pour supprimer les parenthèses précédées du signe –,
=> On supprime les parenthèses **ainsi** que le signe – précédant les parenthèses.
=> On réécrit l'expression qui était entre parenthèses en **changeant tous les signes**.

**Exemple :**
$B = 9x - (- 6x + 7)$
$B = 9x \quad + 6x - 7$ → On supprime les parenthèses **en changeant les signes** à l'intérieur.
$B = 15x - 7$ → On réduit de l'expression littérale.

## II] Développer :

**Définition : Développer** c'est transformer un produit en une somme.

### 1) Simple distributivité :

**Propriété :** Pour tous nombres relatifs $k$, $a$ et $b$, on a :

$$k(a + b) = ka + kb$$

**Exemples :**

$\boxed{7}(\boxed{4x}\boxed{+5}) = 7 \times 4x + 7 \times 5$
$= 28x + 35$

$\boxed{2}(\boxed{3}\boxed{-7x}) = 2 \times 3 + 2 \times (-7x)$
$= 6 - 14x$
$= -14x + 6$

$\boxed{-6}(\boxed{-x}\boxed{-5}) = -6 \times (-x) + (-6) \times (-5)$
$= 6x + 30$

### 2) Double distributivité :

**Propriété :** Pour tous nombres relatifs $a$, $b$, $c$ et $d$, on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

**Exemples :**

$A = (\boxed{4x}\boxed{+2})(\boxed{3x}\boxed{+5})$

$A = 4x \times 3x + 4x \times 5 + 2 \times 3x + 2 \times 5$
$A = 12x^2 \underbrace{+ 20x + 6x} + 10$ On réduit les termes en x.
$A = 12x^2 + 26x + 10$

$B = (\boxed{-2x}\boxed{+3})(\boxed{-x}\boxed{-6})$

$B = (-2x) \times (-x) + (-2x) \times (-6) + 3 \times (-x) + 3 \times (-6)$
$B = 2x^2 \underbrace{+ 12x - 3x} - 18$ On réduit les termes en x.
$B = 2x^2 + 9x - 18$

**En option**

**En route vers la 2nd : Identités remarquables**

**Propriété :** Pour tous nombres réels a et b on a les trois identités remarquables suivantes.

| $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ |
|---|---|---|
| $(\underbrace{2x}_{a} + \underbrace{3}_{b})^2 = \underbrace{(2x)^2}_{a^2} \underbrace{+ 2 \times 2x \times 3}_{+2ab} \underbrace{+ 3^2}_{+b^2}$ | $(\underbrace{3x}_{a} - \underbrace{2}_{b})^2 = \underbrace{(3x)^2}_{a^2} \underbrace{- 2 \times 3x \times 2}_{-2ab} \underbrace{+ 2^2}_{+b^2}$ | $(\underbrace{5x}_{a} + \underbrace{1}_{b})(\underbrace{5x}_{a} - \underbrace{1}_{b}) = (\underbrace{(5x)^2}_{a^2} \underbrace{- 1^2}_{-b^2})$ |
| $= 4x^2 + 12x + 9$ | $= 9x^2 - 12x + 4$ | $= 25x^2 - 1$ |

## III] Programme de calcul :

**Définition :** Un **programme de calculs** est une succession de calculs que l'on écrira à l'aide d'une expression littérale.

**Exemple :** Traduire le programme suivant à l'aide d'une expression littérale.

**Méthodologie : Rédaction type**

1 => Réécrire le programme.

2 => A droite de chacune des lignes du programme écrire son expression associée.

| Programme | | Expression |
|---|---|---|
| Choisir un nombre | On choisit une lettre en général x | $x$ |
| Multiplier le par 7 | Tenir compte des techniques de calcul | $7 \times x = 7x$ |
| Ajouter 8 | | $7x + 8$ |
| Ecrire le résultat | Ecrire le résultat | Le résultat est $7x + 8$. |

## IV] Factorisation :

### 1- Définition :

**Définition : Factoriser** c'est transformer une somme en un produit.

On place entre **parenthèses** juste après le facteur commun, **tout ce qui reste dans l'expression** (nombres, lettres et signes).

$$\boxed{k}a + \boxed{k}b = \boxed{k}(a + b)$$

On encadre le facteur commun en rouge et on le place à droite du signe égal.

On place entre **parenthèses** juste après le facteur commun, **tout ce qui reste dans l'expression** (nombres, lettres et signes).

$$\boxed{k}a - \boxed{k}b = \boxed{k}(a - b)$$

On encadre le facteur commun en rouge et on le place à droite du signe égal.

**Exemples :**

$$A = \boxed{5}x + \boxed{5}y = \boxed{5}(x + y)$$

$$B = 9\boxed{x}^2 - 2\boxed{x} = \boxed{x}(9 - 2)$$
$$= 7x$$

$C = 3x + 15$

Parfois il sera nécessaire de décomposer certains nombres.

$$C = \boxed{3}x + \boxed{3} \times 5 = \boxed{3}(x + 5)$$

### 2- Factoriser à l'aide des identités remarquables :

| En option — En route vers la 2<sup>nd</sup> : | | Obligatoire — Pour la 3<sup>ème</sup> : |
|---|---|---|
| **Propriété :** Pour tous nombres réels a et b on a les trois identités remarquables suivantes. | | |
| $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ | $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ | $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ |
| $\underbrace{\underbrace{4x^2}_{(2x)^2}}_{a^2} + \underbrace{\underbrace{12x}_{12x}}_{+2ab} + \underbrace{\underbrace{9}_{+3^2}}_{+b^2} = (2x + 3)^2$ | $\underbrace{\underbrace{9x^2}_{(3x)^2}}_{a^2} - \underbrace{\underbrace{12x}_{12x}}_{-2ab} + \underbrace{\underbrace{4}_{+2^2}}_{+b^2} = (3x - 2)^2$ | $\underbrace{\underbrace{25x^2}_{(5x)^2}}_{a^2} - \underbrace{\underbrace{1}_{1^2}}_{b^2} = (5x + 1)(5x - 1) = (a + b)(a - b)$ |