

Divisibilité

I] Nombres premiers :

Définition : Un **nombre premier** est un **nombre entier positif** qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97

Exemples de nombres non premiers :

8 n'est pas premier, car il est divisible par 2, 4 et 8.

1 n'est pas premier, car il possède un seul diviseur : lui-même.

0 n'est pas premier, car il possède une infinité de diviseurs.

II] Décomposition en produit de facteurs premiers :

Propriété : Un **nombre entier supérieur ou égal à 2** se **décompose en produit de facteurs premiers**. **Cette décomposition est unique, à l'ordre près.**

Exemple : Décomposer de 3 960, 210 et 4 235 en produit de facteurs premiers

Méthodologie : On divise le nombre à décomposer autant de fois que possible par 2, puis par 3, par 5, par 7, par 11... en suivant la liste des nombres premiers successifs.

Nombre à diviser	Liste des facteurs premiers	Nombre à diviser	Liste des facteurs premiers
3 960	2	4 235	5
1 980	2	847	7
990	2	121	11
495	3	11	11
165	3	1	
55	5		
11	11		
1			

La décomposition en facteurs premiers est obtenue en multipliant les nombres de la colonne liste des facteurs premiers.

$$\begin{aligned}
 3 960 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \\
 &\quad 5 \times 11 \\
 &= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 210 &= 2 \times 3 \times 5 \times 7
 \end{aligned}$$

Décomposer un nombre à la calculatrice

Etape n°1 : On entre le nombre à décomposer et on appuie sur la touche **EXE**.



Etape n°2 :
On appuie sur la touche **SECONDE**

Etape n°3 :
DECOMP

III] Simplification de fractions :

Définition : Une **fraction est irréductible** c'est quand on ne peut plus la simplifier.

Méthodologie : Comment rendre une fraction irréductible.

Exemple : Ecrire la fraction $\frac{168}{3626}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

Etape n°1 : On décompose le numérateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{168}{3626} = \frac{2^3 \times 3 \times 7}{2 \times 7^2 \times 37}$$

Etape n°1 : On décompose le dénominateur en produit de facteurs premiers.

Etape n°2 : On simplifie le numérateur et le dénominateur en barrant les facteurs communs.

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 7 \times 7 \times 37} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 37} = \frac{12}{259}$$

Etape n°3 : On multiplie les nombres restants se trouvant au numérateur et au dénominateur.

La forme irréductible de $\frac{168}{3626}$ est $\frac{12}{259}$.

IV] PGCD et PPCM :

Définition : Le plus grand diviseur commun (PGCD) de deux entiers est le plus grand nombre capable de diviser 2 entiers de manière « complète » sans laisser de reste.

Définition : Le plus petit commun multiple (PPCM) de deux entiers est le plus petit multiple commun aux deux nombres.

Méthodologie : Déterminer le PGCD et le PPCM de deux nombres.

Exemple : Calculer
Décomposer les nombres en produits de facteurs premiers.

$$\begin{aligned} \text{PGCD} (40 ; 300) \\ 40 = 2^3 \times 5^1 \\ 300 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \end{aligned}$$

PGCD = produit de tous les facteurs premiers communs, avec l'exposant le plus petit.

$$\begin{aligned} \text{PGCD} (40 ; 300) &= 2^2 \times 5 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PPCM} (40 ; 300) \\ 40 = 2^3 \times 5 \\ 300 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \end{aligned}$$

PPCM = produit de tous les facteurs premiers, avec l'exposant le plus grand.

$$\begin{aligned} \text{PPCM} (40 ; 300) &= 2^3 \times 5^2 \times 3 \\ &= 900 \end{aligned}$$



IMPORTANT

Pour le PPCM, on prend TOUT ce qu'il y a dans chaque décomposition, même si ce n'est pas en commun !!

Mais s'il y a des facteurs communs, on prend la PLUS GRANDE puissance et non la plus petite comme c'était le cas pour le pgcd.

Calculer le PGCD et le PPCM de 9 et 25 :

On décompose 9 et 25 en produit de facteurs 1^{ers} $9 = 3^2$ et $25 = 5^2$

$\text{PGCD} (9 ; 25) = 1$ car il n'y a pas de facteurs communs.

On dit alors que les nombres sont 1^{ers} entre eux.

$$\text{PPCM} (9 ; 25) = 3^2 \times 5^2 = 225$$

Méthodologie : Déterminer le PGCD et le PPCM de deux nombres à la calculatrice.

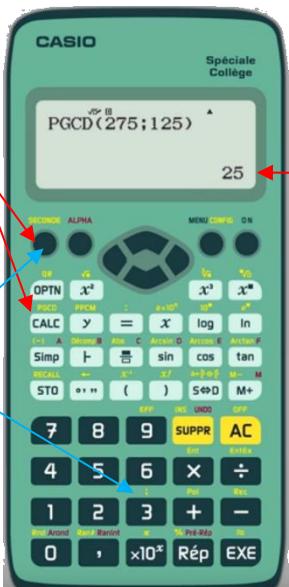
Calculer le PGCD (275 ; 125)

Etape n°1 : Appuyer sur la touche **SECONDE** et **CALC**

Etape n°2 : Écrire 275 et 125 séparer d'un ;
(Appuyer sur **seconde** et 3)

Etape n°3 : Fermer la parenthèse et appuyer sur **EXE**

On obtient le PGCD



Calculer le PPCM (10 ; 12)

Etape n°1 : Appuyer sur la touche **SECONDE** et **y**

Etape n°2 : Écrire 10 et 12 séparer d'un ;
(Appuyer sur seconde et 3)

Etape n°3 : Fermer la parenthèse et appuyer sur **EXE**

On obtient le PPCM

