

Divisibilité

I] Nombres premiers :

Définition : Un **nombre premier** est un **nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.**

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97

Exemples de nombres non premiers :

8 n'est pas premier, car il est divisible par 2, 4 et 8.

1 n'est pas premier, car il possède un seul diviseur : lui-même.

0 n'est pas premier, car il possède une infinité de diviseurs.

II] Décomposition en produit de facteurs premiers :

Propriété : Un nombre entier supérieur ou égal à 2 **se décompose en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique, à l'ordre près.**

Exemple : Décomposer de 3 960, 210 et 4 235 en produit de facteurs premiers

Méthodologie : On divise le nombre à décomposer autant de fois que possible par 2, puis par 3, par 5, par 7, par 11... en suivant la liste des nombres premiers successifs.

Nombre à diviser	Liste des facteurs premiers	Nombre à diviser	Liste des facteurs premiers	Nombre à diviser	Liste des facteurs premiers
3 960	2	210	2	4 235	5
1 980	2	105	3	847	7
990	2	35	5	121	11
495	3	7	7	11	11
165	3	1		1	
55	5				
11	11				
1					

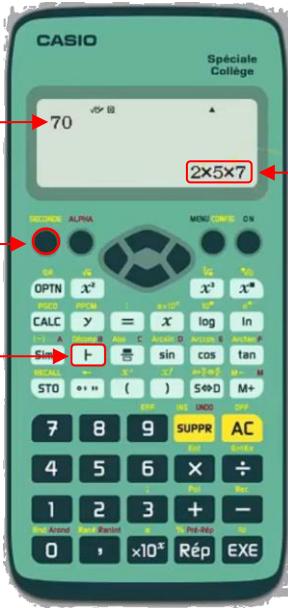
La **décomposition en facteurs premiers** est obtenue en multipliant les nombres de la colonne **liste des facteurs premiers**.

$$3\ 960 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 \\ = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$4235 = 5 \times 7 \times 11^2 \\ = 5 \times 7 \times 11 \times 11$$

Méthodologie : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers à l'aide de la calculatrice.



III] Simplification de fractions :

Définition : Une fraction est irréductible c'est quand on ne peut plus la simplifier.

Méthodologie : Comment rendre une fraction irréductible.

Exemple : Ecrire la fraction $\frac{168}{3626}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

Etape n°1 : On décompose le numérateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{\overline{168}}{\overline{3626}} = \frac{\overline{2^3 \times 3} \times 7}{\overline{2 \times 7^2} \times 37}$$

Etape n°2 : On simplifie le numérateur et le dénominateur en barrant les facteurs communs.

$$= \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{7} \times 7 \times 37} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 37} = \frac{12}{259}$$

Etape n°3 : On multiplie les nombres restants se trouvant au numérateur et au dénominateur.

Etape n°1 : On décompose le dénominateur en produit de facteurs premiers.

La forme irréductible de $\frac{168}{3626}$ est $\frac{12}{259}$.