

Divisibilité

I] Nombres premiers :

Définition : Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97

Exemples de nombres non premiers :

8 n'est pas premier, car il est divisible par 2, 4 et 8.

1 n'est pas premier, car il possède un seul diviseur : lui-même.

0 n'est pas premier, car il possède une infinité de diviseurs.

II] Décomposition en produit de facteurs premiers :

Propriété : Un nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique, à l'ordre près.

Exemple : Décomposer de 3 960, 210 et 4 235 en produit de facteurs premiers

Méthodologie : On divise le nombre à décomposer autant de fois que possible par 2, puis par 3, par 5, par 7, par 11... en suivant la liste des nombres premiers successifs.

| Nombre à diviser | Liste des facteurs premiers | Nombre à diviser | Liste des facteurs premiers | Nombre à diviser | Liste des facteurs premiers |
|------------------|-----------------------------|------------------|-----------------------------|------------------|-----------------------------|
| 3 960 | 2 | 210 | 2 | 4 235 | 5 |
| 1 980 | 2 | 105 | 3 | 847 | 7 |
| 990 | 2 | 35 | 5 | 121 | 11 |
| 495 | 3 | 7 | 7 | 11 | 11 |
| 165 | 3 | 1 | | 1 | |
| 55 | 5 | | | | |
| 11 | 11 | | | | |
| 1 | | | | | |

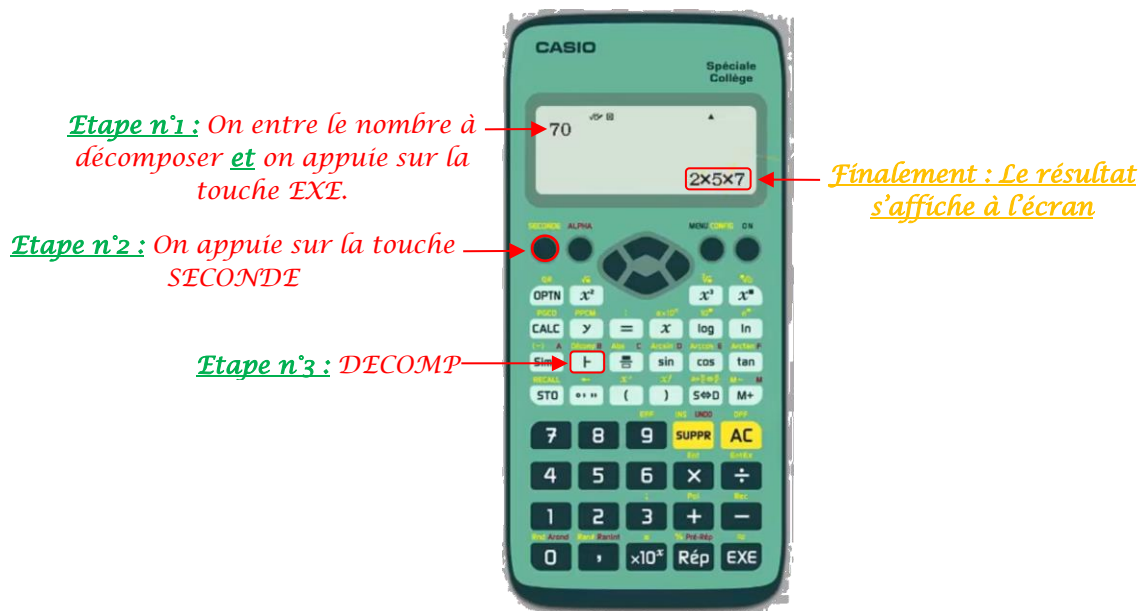
La décomposition en facteurs premiers est obtenue en multipliant les nombres de la colonne liste des facteurs premiers.

$$3\,960 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 \\ = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$4\,235 = 5 \times 7 \times 11^2 \\ = 5 \times 7 \times 11 \times 11$$

Méthodologie : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers à l'aide de la calculatrice.



III] Simplification de fractions :

Définition : Une fraction est irréductible c'est quand on ne peut plus la simplifier.

Méthodologie : Comment rendre une fraction irréductible.

Exemple : Ecrire la fraction $\frac{168}{3\ 626}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

Etape n°1 : On décompose le numérateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{168}{3\ 626} = \frac{2^3 \times 3 \times 7}{2 \times 7^2 \times 37}$$

Etape n°1 : On décompose le dénominateur en produit de facteurs premiers.

Etape n°2 : On simplifie le numérateur et le dénominateur en barrant les facteurs communs.

$$= \frac{\cancel{2} \times 2 \times 2 \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{7} \times 7 \times 37}$$

Etape n°3 : On multiplie les nombres restants se trouvant au numérateur et au dénominateur.

$$= \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 37} = \frac{12}{259}$$

La forme irréductible de $\frac{168}{3\ 626}$ est $\frac{12}{259}$.