

Equations

I] Equation :

Définition : Une équation est une égalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre.

Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.

Exemple : $3 + x = 11$ est une équation d'inconnue x .

Si $x = 8$, cette égalité est vraie : $3 + x = 3 + 8 = 11$

Si $x = 4$, cette égalité est fausse : $3 + x = 3 + 4 = 7$ et $7 \neq 11$.

Définition : Une solution d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Dans l'exemple précédant on peut dire que 8 est une solution de l'équation.

II] Tester une égalité :

L'égalité $5 - x = 7 - 2x$ est-elle vérifiée pour $m = 2$?

L'égalité $5 - x = 7 - 2x$ est-elle vérifiée pour $m = 3$?

Etape n°1 : Calculer séparément le membre de gauche en remplaçant x par sa valeur et le membre de droite en remplaçant x par sa valeur.

D'une part : $5 - x = 5 - 2 = 3$

D'une part : $5 - m = 5 - 3 = 2$

D'autre part : $7 - 2x = 7 - 2 \times 2 = 7 - 4 = 3$

D'autre part : $7 - 2 \times 3 = 7 - 6 = 1$

Etape n°3 : Si les résultats sont égaux, alors l'égalité est vérifiée.

La valeur est donc solution de l'équation.

Si les résultats ne sont pas égaux, alors l'égalité n'est pas vérifiée.

La valeur n'est donc pas solution de l'équation.

Les résultats sont égaux.

L'égalité est vérifiée pour $m = 2$.

Donc : 2 est solution de l'équation.

Les résultats ne sont pas égaux.

L'égalité n'est pas vérifiée pour $m = 3$.

Donc : 3 n'est pas solution de l'équation.

Définition : Résoudre une équation, c'est trouver TOUTES les valeurs possibles de l'inconnue telles que le membre de gauche soit égal au membre de droite.

Chacune de ces valeurs est appelée « solution de l'équation ».

III] Equation du 1^{er} degré :

1- Equations du type $x \pm a = b$:

Propriété : On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une équation.

a, b et c désignent 3 nombres relatifs.
Si $a = b$ alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$

Exemple : $x + 6 = 11$

$x + 6 - 6 = 11 - 6$
on retranche 6
aux deux membres
on calcule
 $x = 5$

Exemple : $x - 7 = 3$


$x - 7 + 7 = 3 + 7$
on ajoute 7
aux deux membres
on calcule
 $x = 10$


2- Equations du type $ax = b$:

Propriété : On peut **multiplier** ou **diviser** les deux membres d'une équation par un même nombre non nul.


a, b et c désignent 3 nombres relatifs avec $c \neq 0$.
Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$


Exemple : $8x = 32$

$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$  on divise par 8
les deux membres

$x = 4$  on calcule

Exemple : $\frac{x}{4} = 3$

$4 \times \frac{x}{4} = 4 \times 3$  on multiplie par 4
les deux membres


$\frac{4x}{4} = 12$  on calcule


$x = 12$


3- Equations du type $ax \pm b = c$:


Méthodologie : Pour résoudre une équation du type $ax \pm b = c$, on se ramène à un des deux cas précédents en utilisant les deux propriétés ci-dessus.

Exemple : $8x + 140 = 468$

$8x + 140 - 140 = 468 - 140$  on retranche 140 aux deux membres

$8x = 328$  on calcule

$\frac{8x}{8} = \frac{328}{8}$  on divise par 8 les deux membres

$x = 41$  on calcule