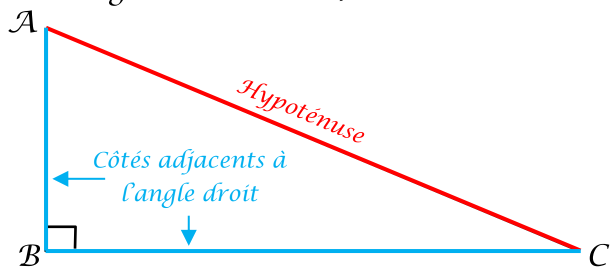
Théorème de Pythagore

I] Enoncé du théorème de Pythagore :

Théorème : Si un triangle est rectangle alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

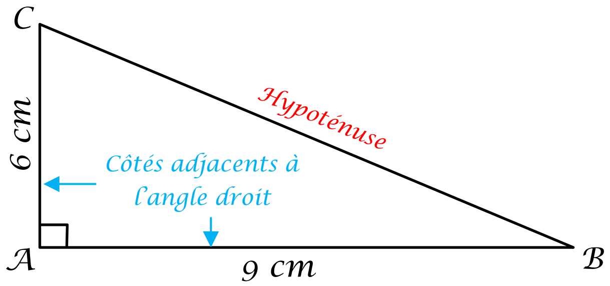
Exemple : Soit le triangle ABC rectangle en B suivant,



On obtient alors l'égalité : $\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$ nommée **Egalité de Pythagore**.

II] Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle :

Exemple : Soit le triangle ABC rectangle en A. Calculer la longueur de [CB]. Arrondir au dixième.



Rédaction

On sait que : ABC est un triangle rectangle en A

Etape n°1 : Nommer le nom du triangle rectangle en précisant le nom du sommet de l'angle droit.

On applique : le théorème de Pythagore

Etape n°2 : Enoncer le Théorème à utiliser.

Etape n°3 : Effectuer les calculs.

On en déduit : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ← 1- Ecrire l'égalité de Pythagore associée au triangle.

← 2- Remplacer les longueurs connues par leurs valeurs.

$BC^2 = 9^2 + 6^2$ ← 3- Calculer les carrés.

$BC^2 = 81 + 36$ ← 4- Additionner les termes.

$BC^2 = 117$ ← 5- Calculer la racine carrée de la valeur trouvée, si besoin à l'aide de la calculatrice en utilisant la touche $\sqrt{}$

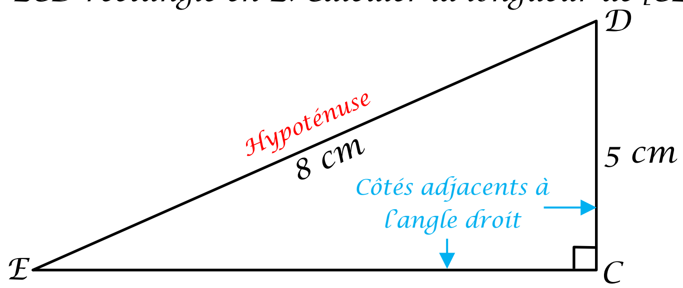
$BC = \sqrt{117}$

$BC \approx 10,8$

L'hypoténuse BC mesure environ 10,8 cm. ← 6- Donner la valeur l'hypoténuse

III] Calculer la longueur d'un côté adjacent à l'angle droit :

Exemple : Soit le triangle ECD rectangle en E. Calculer la longueur de [CE]. Arrondir au dixième.



Rédaction

On sait que : ECD est rectangle en C

Etape n°1 : Nommer le nom du triangle rectangle en précisant le nom du sommet de l'angle droit.

On applique : le théorème de Pythagore

Etape n°2 : Enoncer le Théorème à utiliser.

Etape n°3 : Effectuer les calculs.

On en déduit : $ED^2 = CE^2 + CD^2$ ← 1- Ecrire l'égalité de Pythagore associée au triangle.

← 2- Remplacer les longueurs connues par leurs valeurs.

$8^2 = CE^2 + 5^2$ ← 3- Calculer les carrés.

$64 = CE^2 + 25$

← 4- On « isole » le côté inconnu. Pour que l'égalité reste vraie on retranche de chaque côté de l'égalité la même quantité.

$\underbrace{64 - 25} = CE^2 + \underbrace{25 - 25}_{= 0}$ ← 5- Soustraire les termes.

$39 = CE^2$

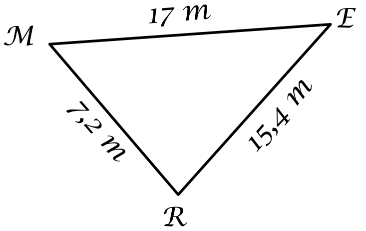
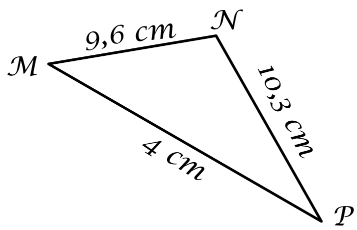
← 6- Calculer la racine carrée de la valeur trouvée, si besoin à l'aide de la calculatrice en utilisant la touche $\sqrt{}$

$CE = \sqrt{39}$

$CE \approx 6{,}2$

Le côté CE mesure environ 6,2 cm. ← 7- Donner la valeur l'hypoténuse.

IV] Démontrer qu'un triangle est rectangle ou non : (Réciproque / Contraposée du théorème de Pythagore)

Montrer que le triangle MER est rectangle et préciser le nom du sommet de l'angle droit.	Montrer que le triangle MNP n'est pas rectangle.
	

Etape n°1 : Nommer le triangle et son plus grand côté.

Dans le triangle MER, le plus long côté est [ME].	Dans le triangle MNP, le plus long côté est [NP].

Etape n°2 : Calculer **séparément** le **carré du plus grand côté** et **la somme des carrés des deux autres côtés.**

D'une part : $ME^2 = 17^2 = 289$	**D'une part :** $NP^2 = 10{,}3^2 = 106{,}09$
D'autre part : $MR^2 + RE^2 = 7{,}2^2 + 15{,}4^2$ $= 51{,}84 + 237{,}16$ $= 289$	**D'autre part :** $NM^2 + MP^2 = 9{,}6^2 + 4^2$ $= 92{,}16 + 16$ $= 108{,}16$

Etape n°3 : Si les **résultats sont égaux** on écrit : **l'égalité de Pythagore**.
Si les **résultats sont différents** on écrit : **l'inégalité de Pythagore**.

$ME^2 = MR^2 + RE^2$	$NP^2 \neq NM^2 + MP^2$

Etape n°4 : On conclut.
Si **l'égalité de Pythagore est vérifiée**, alors le **triangle est rectangle** et on nomme le nom de l'angle droit qui se situe en face du plus grand côté.
Si **l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée**, alors le **triangle n'est pas rectangle.**

L'égalité de Pythagore est vérifiée. Le triangle MER est rectangle en R.	L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée. Le triangle MNP n'est pas rectangle.