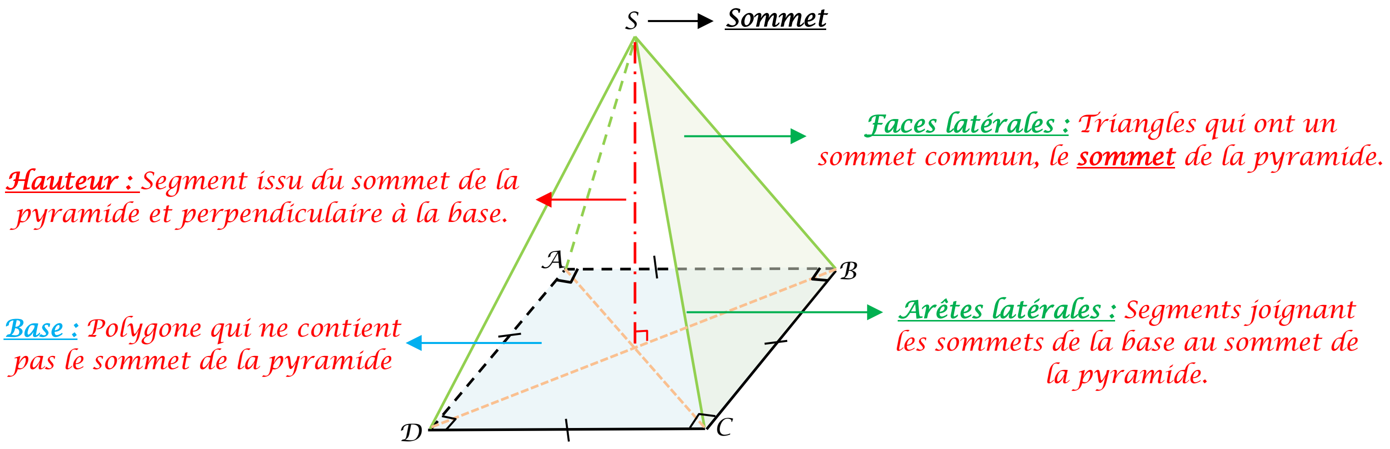
Pyramide et cône de révolution

I] Pyramide :

1- Définitions et vocabulaire :

Définition : Une **pyramide** est un solide, il est composé :



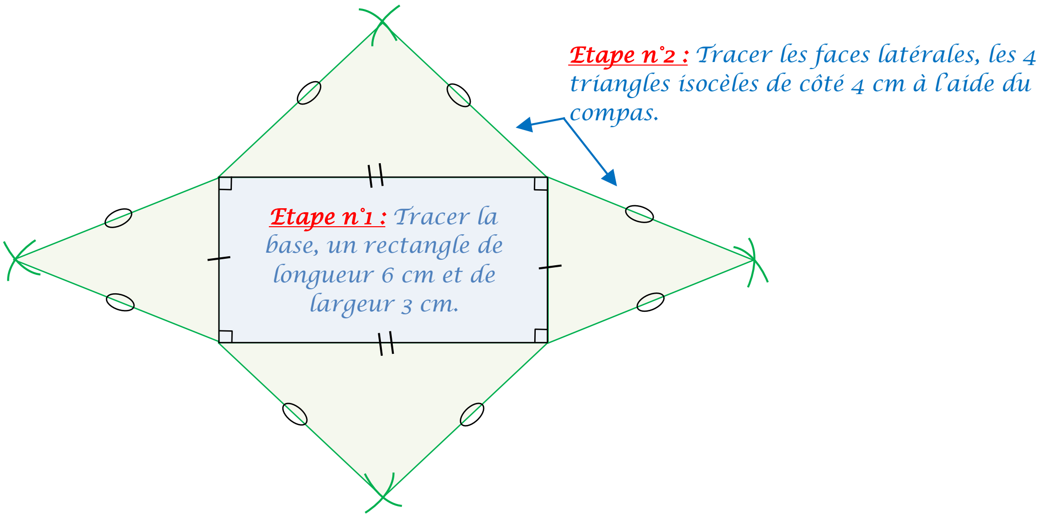
Pyramide SABCD à base carrée

Remarque : Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un polygone régulier (par exemple un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

2- Patron et pyramide :

Définition : Le **patron** d'une pyramide est un dessin qui permet après découpage et pliage de fabriquer la pyramide.
Il est constitué d'un polygone qui correspond à la **base de la pyramide** et de triangles qui correspondent aux **faces latérales de la pyramide**.

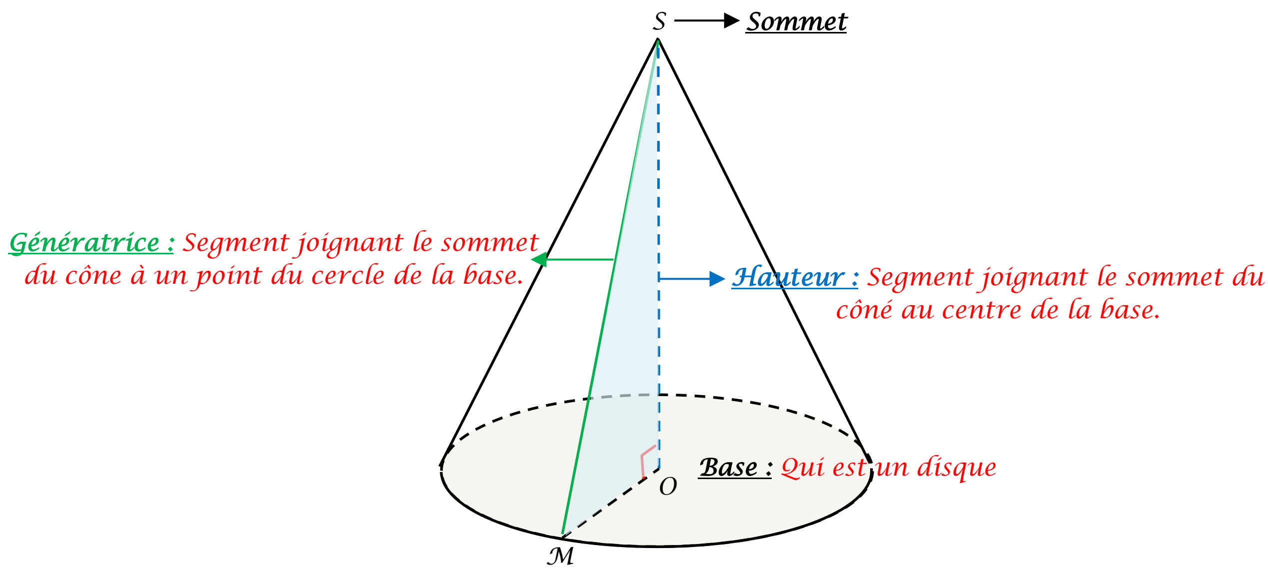
Méthodologie : Dessiner le patron d'une pyramide dont la base est un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 3 cm et dont chaque arête latérale mesure 4 cm.



II] Cône de révolution :

1- Définitions et vocabulaire :

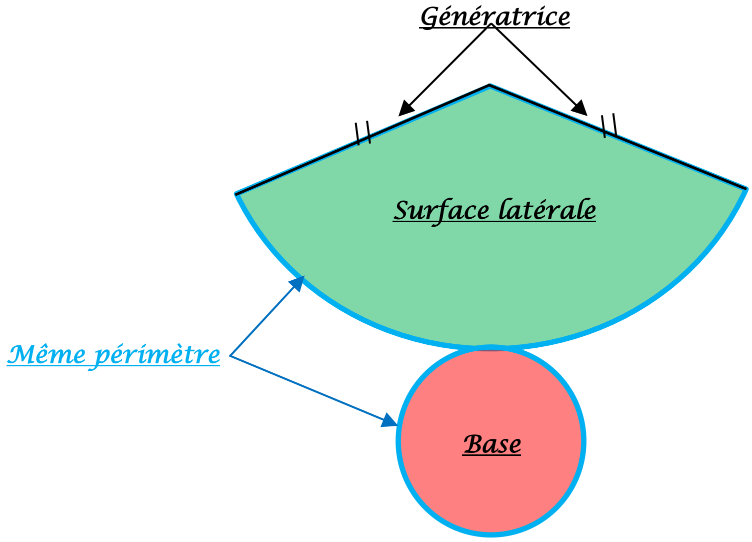
Définition : Un **cône de révolution** est un solide qui est obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un de ses côtés droits, il est composé :



2- Patron et cône de révolution :

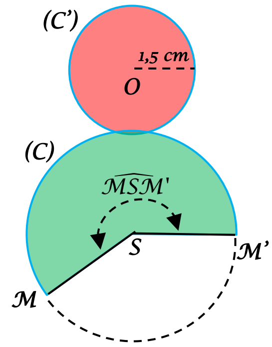
Définition : Le **patron d'un cône de révolution est formé** d'un disque pour base et d'une surface latérale.

Propriété : La longueur de l'arc de cercle de la surface latérale est égale au périmètre du disque de base.



Patron d'un cône

Exemple : On suppose que le cône ci-dessus a une hauteur SO de 2 cm et un disque de base de rayon OM de 1,5 cm.



Méthodologie

Etape n°1 : Calculer la longueur de la génératrice SM.

On sait que : Le triangle SOM est rectangle en O.

On applique : Le théorème de Thalès.

On en déduit : $SM^2 = SO^2 + OM^2$

$SM^2 = 2^2 + 1{,}5^2$

$SM^2 = 4 + 2{,}25$

$SM^2 = 6{,}25$

$SM = \sqrt{6{,}25}$

$SM = 2{,}5$ cm

Etape n°2 : Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MSM'}$ indiqué sur la figure :

Sous étape n°1 : Calculer le périmètre P' du cercle de base (C') :

$P' = 2 \times \pi \times 1{,}5 = 3\pi$ cm (valeur exacte).

Sous étape n°2 : Calculer le périmètre P du cercle (C) de rayon SM :

$P = 2 \times \pi \times SM = 2 \times 2{,}5 \times \pi = 5\pi$ cm (valeur exacte).

Or l'arc de cercle $\overset{\frown}{MM'}$ définit par l'angle $\widehat{MSM'}$ « s'enroulent » sur le cercle de base (C').

Donc : $\overset{\frown}{MM'} = P' = 3\pi$ cm

La mesure de l'angle $\widehat{MSM'}$ est proportionnelle à $\overset{\frown}{MM'}$.

On réalise un tableau de proportionnalité afin de calculer la mesure de l'angle $\widehat{MSM'}$.

Mesure de l'angle (°)	360°	$\widehat{MSM'}$ = ?
Mesure de l'arc correspondant à l'angle (cm)	$P = 5\pi$ cm « tour » complet du cercle (C)	$\overset{\frown}{MM'} = 3\pi$ cm

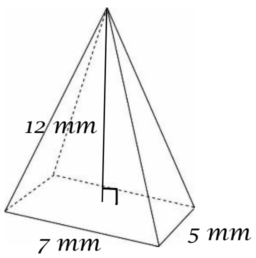
Avec l'égalité des produits en croix on obtient : $\widehat{MSM'} = \frac{3\pi \times 360°}{5\pi} = 216°$

III] Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution :

Propriété : Le volume d'une pyramide et d'un cône est donnée par la formule suivante :

$$\text{Volume} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Exemple n°1 : Calculer le volume de la pyramide à base rectangulaire suivante.



1ère étape : Calcul de l'aire de la base

Aire de la base = Longueur × Largeur

$= 7 \times 5$

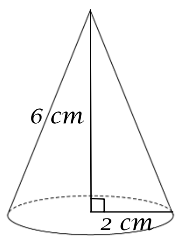
$= 35$ mm²

2ème étape : Calcul du volume

$$\text{Volume} = \frac{35 \times 12}{3} = 140$$

Le volume de cette pyramide est 140 mm³.

Exemple n°2 : Calculer le volume du cône suivant arrondi au dixième de cm³.



1ère étape : Calcul de l'aire de la base

Aire de la base = $\pi \times$ rayon²

$= \pi \times 2^2$

$= 4\pi$

2ème étape : Calcul du volume

$$\text{Volume} = \frac{4\pi \times 6}{3} = 8\pi \approx 25{,}1$$

Le volume de ce cône est 8π cm³ (valeur exacte). Soit 25,1 cm³ arrondi au dixième.