

Fonctions linéaires

I] Définition :

Définition : On appelle fonction linéaire toute fonction f dont l'expression peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax$ où a est une constante.

Ce nombre a est alors appelé coefficient de linéarité de la fonction linéaire f .

Exemple : La fonction qui à un nombre x associe son triple est une fonction linéaire de coefficient 3. On la note $f : x \mapsto 3x$ ou $f(x) = 3x$

II] Représentation graphique :

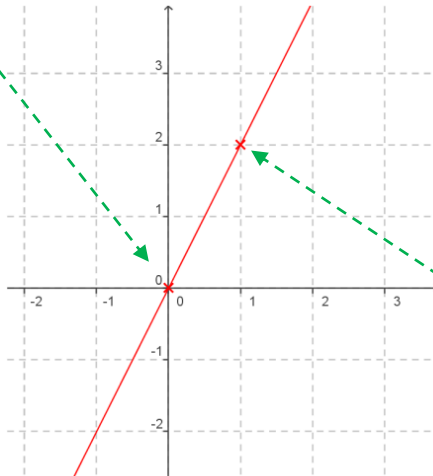
Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est une droite passant par l'origine du repère.

Exemple : Tracer la fonction linéaire $f(x) = 2x$

Méthodologie : Pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine, il faut déterminer les coordonnées de 2 points par lesquels passe la courbe.

Déterminons le 1^{er} point :

Le point de coordonnée $(0 ; 0)$.
En effet, une fonction affine est une droite passant par l'origine du repère.



Déterminons le 2^{ème} point :

Prendre une valeur de x au choix et on va calculer son image, c'est-à-dire son ordonnée.

Prenons par exemple $x = 1$ et calculons son image.

$$f(1) = 2 \times 1 = 2$$

L'image de 1 est 2.

Le 2^{ème} point par lequel passera la droite est le point de coordonnées $(1 ; 2)$.

Propriété : Une fonction linéaire témoigne d'une situation de proportionnalité.

En effet la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

III] Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire...

1- Par calcul :

Antécédent \rightarrow Image

Soit une fonction linéaire telle que $f(5) = 10$.

Déterminer l'expression $f(x)$. (C'est-à-dire trouver la valeur de a dans $f(x) = ax$)

Méthodologie : Diviser l'image par son antécédent.

$$a = \frac{10}{5} = 2$$

Donc $f(x) = 2x$

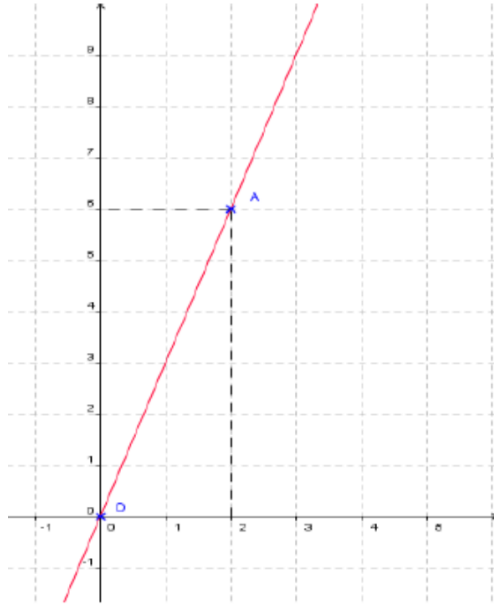
En effet, on sait que : $f(x) = ax$ (par définition) et $f(5) = 10$ (d'après l'énoncé)

$$\text{Donc : } f(5) = 5a = 10$$

$$\text{On en déduit que : } a = \frac{10}{5} = 2$$

2- Par lecture graphique :

On a tracé une fonction f ci-dessous et on veut déterminer son expression.



Méthodologie : - Placer un point sur la droite.

- Noter ses coordonnées.

- Diviser son ordonnée (image) par son abscisse (antécédent).

Exemple : On a placé sur la droite un point A de coordonnées $(2 ; 6)$

$$a = \frac{6}{2} = 3$$

Donc : $f(x) = 3x$

On aurait aussi pu placer un point B de coordonnées $(3 ; 1)$

$$a = \frac{6}{2} = 3$$

Donc : $f(x)$ est bien égale à $3x$

IV] Pourcentage et fonction linéaire :

Propriété n°1 : Prendre t % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Exemple : Prendre 25 % de x c'est effectuer $x \times \frac{25}{100}$

On associe alors la fonction linéaire $f : x \mapsto 0,25x$

Propriété n°2 : Augmenter un nombre de t %, c'est multiplier ce nombre par $(1 + \frac{t}{100})$

Exemple : Augmenter un nombre x de 4 % c'est effectuer $x \times (1 + \frac{4}{100}) = 1,04x$.

On associe alors la fonction linéaire $f : x \mapsto 1,04x$.

Propriété n°3 : Diminuer un nombre de t %, c'est multiplier ce nombre par $(1 - \frac{t}{100})$

Exemple : Diminuer un nombre x de 13 % c'est effectuer $x \times (1 - \frac{13}{100}) = 0,87x$.

On associe alors la fonction linéaire $f : x \mapsto 0,87x$.